ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение Иркутский Государственный Университет

Международная организация Объединенный Институт Ядерных Исследований
Лаборатория Ядерных Проблем

Физический факультет
Кафедра теоретической физики
Заведующий кафедрой
Профессор Валл А. Н.
_____

Дипломная работа

Моделирование и реконструкция в фотоэмульсионном детекторе в эксперименте OPERA

Руководители:
_____ к.ф.-м.н. Наумов Д.В. (ОИЯИ),
_____ проф. Валл А.Н. (ИГУ)
Студент группы 1522
_____ Шешуков А. С.
Работа защищена
с оценкой _____
“_____” _____ 2007

Рецензент:
_____

Нормоконтролер
_____ доц. Персиков В. М.

Дубна-Иркутск 2007 г.

Задание на дипломную работу

Воспроизвести полную цепочку реконструкции и анализа событий в эксперименте OPERA в пределах одного элемента эмульсионного детектора(кирпича).

Исследовать методы обработки изображений фотоэмульсии с целью поиска гранул.

Используя Монте-Карло моделирование определить эффективности алгоритмов отбора событий для мюонного канала распада τ.

Построить ожидаемые из эксперимента оценки на параметры осцилляций, а также чувствительность эксперимента к этим параметрам.

Реферат

В работе приведена история физики нейтрино — последовательность основных идей и экспериментов. Далее представлены основные моменты теории нейтринных осцилляций: рассматриваются различные модели массовых членов нейтрино в лагранжиане и необходимые для этого расширения Стандартной Модели.

Представлен обзор эксперимента OPERA, дано описание его ключевых идей и особенностей устройства.

Построена последовательная цепочка анализа данных фотоэмульсионного детектора. Рассмотрены и применены различные методы обработки изображений фотоэмульсии, математически описана процедура фильтрации изображений.

Проведено Монте-Карло моделирование событий в детекторе. С помощью этого моделирования изучен отдельный канал распада тау-лептона, делаются оценки на эффективности отюора событий в этом канале.

Построена чувствительность эксперимента к параметрам осцилляций. В приложениях подробно изложены метод построения доверительных интервалов по Фельдману-Казинсу и оценка погрешности определения направления трека частицы в детекторе.

Оглавление

Введение **5**

1 Физика нейтрино **6**
1.1 Физика нейтрино: история и современный статус . . . 6
1.1.1 Нейтрино и слабые взаимодействия . . . 6
1.1.2 Лептонные ароматы . . . 10
1.1.3 Нейтринные осцилляции . . . 12
1.2 Теория нейтринных осцилляций . . . 14
1.2.1 Массовые члены в лагранжиане . . . 14
1.2.2 Смешивание нейтрино различных ароматов . . . 17
1.2.3 Вероятность осцилляций . . . 18

2 Эксперимент OPERA **22**
2.1 Цели и задачи . . . 22
2.2 Пучок CNGS . . . 23
2.2.1 Основные компоненты . . . 24
2.2.2 Характеристики пучка . . . 25
2.3 Структура детектора . . . 26
2.3.1 Эмульсионный детектор . . . 26
2.3.2 Электронные детекторы . . . 27
2.4 Ожидаемое число событий . . . 29

3 Анализ событий в эксперименте **30**
3.1 Схема анализа . . . 30
3.1.1 Задачи анализа события . . . 30
3.1.2 Стратегия поиска событий . . . 31
3.2 Обработка изображений . . . 33
3.2.1 Цели обработки . . . 33
3.2.2 Прямая обработка . . . 34
3.2.3 Фильтрация . . . 36
3.3 Монте-Карло симуляция и реконструкция треков . . . 41
3.3.1 Схема реконструкции треков . . . 41
3.3.2 Симуляция событий . . . 42
3.3.3 Реконструкция . . . 43
3.3.4 Эффективности реконструкции . . . 44
3.4 Канал распада $\tau \to \mu$ . . . 45
3.4.1 Особенности канала . . . 45

3.4.2 Анализ по углу кинка 46
3.4.3 Кинематический анализ 48
3.4.4 Анализ по прицельному параметру 49
3.5 Чувствительность эксперимента 54
3.5.1 Оценки на физические параметры 54
3.5.2 Уровень сигнала в OPERA 55
3.5.3 Чувствительность эксперимента 55

Заключение **60**

A Доверительные интервалы **61**

B Погрешность определения направления трека **64**

Введение

Физика нейтрино — область, вызывающая с самого момента своего возникновения неугасающий интерес со стороны и теоретиков и экспериментаторов.

Поскольку нейтрино взаимодействует только слабым образом, изучение нейтрино помогло в построении электрослабой теории. В частности, благодаря нейтрино было открыто явление нарушения четности в слабых взаимодействиях.

Кроме того, так как сечение взаимодействия нейтрино с веществом очень мало, а, соответственно, длина пробега очень велика, нейтрино является своего рода „рентгеном“ для астрономических объектов, что поддерживает интерес астрофизиков к этой частице. К тому же стерильные состояния нейтрино с правой спиральностью — претендент на роль темной материи.

В последнее время множество экспериментальных и теоретических работ направлено на исследование явления *нейтринных осцилляций* — перехода нейтрино одного лептонного аромата в нейтрино другого.

Нейтринные осцилляции описываются моделью массивных нейтрино. Поскольку в Стандартной Модели нейтрино не имеют массы, теория нейтринных осцилляций является в каком-то смысле расширением Стандартной Модели.

Теория нейтринных осцилляций возникла как ответ на так называемые загадки солнечных и атмосферных нейтрино. Загадки эти состояли в том, что наблюдаемые в экспериментах потоки нейтрино заметно отличались от теоретических предсказаний.

В экспериментах по измерению потока атмосферных нейтрино было установлено *исчезновение* мюонных нейтрино в результате перехода в нейтрино с другими лептонными ароматами. В частности, эксперимент Super-Kamiokande указал область параметров осцилляций, совместимых с результатами измерений.

Наблюдение *появления* других типов нейтрино в пучке мюонных нейтрино в результате осцилляций с параметрами, совместимыми с Super-Kamiokande, необходимо для проверки теории и уточнения значений параметров осцилляций.

Целью эксперимента OPERA является наблюдение появления тау-нейтрино в чистом пучке мюонных нейтрино от ускорителя. Для детектирования нейтрино используется технология ECC, позволяющая сочетать большую массу детектора с высоким пространственным разрешением.

В данной работе исследуются методы обработки данных фотоэмульсионного детектора на каждом этапе, что позволяет проследить цепочку анализа событий в эксперименте полностью. Исследование этих методов и определение их эффективностей может указать пути к улучшению качества обработки и, как следствие, к улучшению точности и чувствительности эксперимента OPERA к параметрам нейтринных осцилляций.

Глава 1

Физика нейтрино

1.1 Физика нейтрино: история и современный статус

1.1.1 Нейтрино и слабые взаимодействия

Гипотеза Паули

Историю нейтрино в физике можно отсчитывать от открытия Анри Беккерелем радиоактивности ядер в 1896 году.

В 1914 году Чедвиком было проведено измерение спектра β-излучения от радиоактивного распада ядер. Предполагалось, что если этот распад представляет собой переход от элемента X к элементу $X^{'}$, то есть $X \to X^{'} + e$, то спектр электронов должен быть монохроматичным, или, по крайней мере линейчатым.

Однако результат оказался неожиданным — измеренный спектр оказался непрерывен.

Ситуация была столь озадачивающей, что Бор даже предположил, что в слабых взаимодействиях могло нарушаться сохранение энергии.

Еще одной серьезной проблемой было то, что по представлениям того времени ядра атомов состояли из протонов и электронов - единственных известных к тому времени частиц. Это позволяло объяснить и массу и заряд ядра. Так, к примеру ^{4}He представляли в виде $4p + 2e$, и получившаяся конструкция была бозоном, как и должно быть. Однако когда эту модель применили к ^{14}N возникли проблемы — конструкция из 14 протонов и 7 электронов составляет фермион, в то время как экспериментальное значение углового момента для ядер ^{14}N равнялось $I = 1$.

Решение было найдено Паули в 1930 году, когда он „в отчаянной попытке спасти закон сохранения энергии и квантовую статистику“ предположил в составе ядра еще одну частицу: электрически нейтральную, не тяжелей электрона и взаимодействующую не сильней гамма-излучения. Паули назвал ее нейтроном "n". В рамках этой идеи ядро $^{14}\mathrm{N} = 14p + 7e + 7"n"$, то есть являлось бозоном, а β-распад записывался так: $X \to X' + "n" + e$, то есть становился трехчастичным распадом и потому имел непрерывный спектр по энергии электрона.

Однако название, данное Паули, за частицей не закрепилось — в 1932 году Чедвик открыл „настоящий“ нейтрон, с массой равной массе протона и являвшийся недостающим кирпичиком для определения структуры ядра. Теперь все тот же азот ^{14}N представлялся просто как $7p + 7n$.

Гипотетическая частица Паули, все еще фигурирующая в слабых распадах, получила по предложению Энрико Ферми название *нейтрино* — ν.

Теория Ферми

В своей работе [1] Ферми записал гамильтониан слабого взаимодействия токов в виде вектор×вектор по аналогии с известным к тому времени взаимодействии в КЭД:

$$\mathscr{H}_F = G_F \int \mathrm{d}^3x \, \left[\bar{\Psi}_p \gamma^\mu \Psi_n\right] \left[\bar{\Psi}_e \gamma_\mu \Psi_\nu\right] + h.c. \tag{1.1}$$

Константа связи Ферми G_F была получена из измерения времени жизни радиоактивных элементов. Ферми применил это взаимодействие для описания β-распада и из сравнения полученного спектра электронов с экспериментальными значениями заключил, что масса нейтрино должна быть близка к нулю.

С помощью гамильтониана (1.1) Бчте и Пайерлс [2] рассчитали сечение процесса обратного β-распада

$$\bar{\nu} + p = n + e^+, \tag{1.2}$$

который может служить основным процессом для прямого детектирования нейтрино. Однако результат расчета

$$\sigma = 4(G_F^2/\pi)\, p_e E_e \approx 2.3 \times 10^{-44} (p_e E_e / m_e) \tag{1.3}$$

привел их к заключению, что наблюдать нейтрино экспериментально совершенно невероятно. Действительно, вычисляя для нейтрино с энергией $E_\nu = 2.5$ МэВ, длина пробега в воде (плотность $n \sim 10^{23}$/см) составит $\lambda \equiv 1/\sigma n \approx 2.5 \times 10^{20}$см — расстояние, сравнимое с размером галактики.

В то время (1930-е годы) не существовало источников нейтрино, способных дать поток нейтрино, достаточно большой для того чтобы зарегистрировать такой процесс. Еще около 20 лет — до того как появилась возможность использовать в качестве источников нейтрино ядерные реакторы — нейтрино оставалось лишь гипотезой.

Экспериментальное открытие нейтрино

Если для того чтобы зарегистрировать одно нейтрино нужно 10^{20}см воды, то имея 10^{20} нейтрино можно ожидать в каждом сантиметре воды увидеть в среднем одно взаимодействие.

Этой идеей воспользовались Райнес и Коуэн в 1956 году [3]. Считая, что в ядерном реакторе при каждом расщеплении ядра урана выделяется энергия $\sim$ 200 МэВ, а в результате β-распада получившихся ядер рождается в среднем $6\bar{\nu}$, легко можно вычислить изотропный поток антинейтрино в единицу телесного угла в расчете на мощность реактора:

$$\Phi \approx \frac{6}{4\pi} \frac{\mathrm{Pow(МэВ/с)}}{200} = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathrm{Pow(Вт)}}{1.6 \times 10^{-11}} \approx \frac{2 \times 10^{11}}{4\pi} \mathrm{Pow(Вт)}.$$

Таким образом на один Гигаватт мощности рождается порядка 10^{20} антинейтрино в секунду.

В эксперименте Райнеса и Коуэна поток нейтрино плотностью порядка $1.2 \times 10^{13} \bar{\nu}$/с от ядерного реактора достигал 300 литровой бочки, которая содержала раствор хлорида кадмия в воде.

В результате реакции (1.2) антинейтрино с водородом в воде рождался нейтрон, который затем захватывался кадмием:

$$n + {}^{108}\mathrm{Cd} \to {}^{109}\mathrm{Cd}^*,$$

Получившееся возбужденное ядро кадмия переходило в основное состояние, испустив фотон:

$${}^{109}\mathrm{Cd}^* \to {}^{109}\mathrm{Cd} + \gamma,$$

Кроме того, рожденный в первичном нейтринном взаимодействии позитрон, аннигилируют с электроном из мишени, также рождал фотоны. С помощью фотоумножителей эти фотоны регистрировались и служили указанием, что произошло нейтринное взаимодействие.

Результат эксперимента — измеренное сечение взаимодействия антинейтрино — давал в точности порядок, предсказываемый теорией Ферми (1.3)

$$\sigma_{exp} \approx 12 \times 10^{-44}\ \text{см}^2$$

в сравнении с теоретическим значением

$$\sigma_{exp} \approx 5 \times 10^{-44}\ \text{см}^2$$

Таким образом существование нейтрино как физической частицы было подтверждено экспериментально.

Нарушение четности в слабых взаимодействиях

В 1936 году Гамов и Теллер [4] предложили обобщение взаимодействия Ферми (1.1):

$$\mathscr{H}_{GT} = \sum_i G_i \left[\bar{p} O_i n\right] \left[\bar{e} O^i \nu\right] + h.c. \tag{1.4}$$

где матрицы

$$O_i = 1,\ \gamma_5,\ \gamma_\mu,\ \gamma_\mu\gamma_5,\ \sigma_{\mu\nu}$$

отвечают скалярному (S), псевдоскалярному (P), векторному (V), аксиальному (A) и тензорному (T) токам соответственно. Несмотря на введение псевдоскалярных и аксиальных токов, взаимодействие Гамова-Теллера сохраняло четность, так как такие токи фигурируют в виде $P \times P$ и $A \times A$. Такое обобщение позволяло описывать некоторые переходы, запрещенные преобразованием (1.1) (т.н. *GT переходы*).

Однако теперь вместо одной константы связи их стало целых пять.

Дальнейшее расширение теория получила в 1956 году, когда Ли и Янг [5] предположили, что четность в слабых взаимодействиях может нарушаться.

Это объяснило бы почему две частицы θ и τ, обладают одинаковыми массой, зарядом и т.д. и различаются только тем, что первая распадается на два, а вторая на три пиона — то есть на состояния с разной четностью. Если в слабых взаимодействиях четность не сохраняется, то θ и τ были одной и той же частицей (теперь известной как $K^\pm$).

Взаимодействие Ли и Янга описывалось гамильтонианом:

$$\mathscr{H}_{LY} = \sum_i \left[\bar{p} O_i n\right] \left[\bar{e} O^i \left\{G_i + G_i' \gamma_5\right\} \nu\right] + h.c. \tag{1.5}$$

Теперь констант связи стало целых десять, что очень затрудняло получение их из эксперимента.

В том же году нарушение четности было экспериментально обнаружено Ву [6] при изучении β-распада поляризованных ядер ^{60}Co. Ширина такого распада пропорциональна

$$\Gamma \sim 1 + \alpha \vec{P} \cdot \vec{p}_e,$$

где вектор поляризации ядра $\vec{P}$ — аксиальный вектор, а импульс электрона $\vec{p}_e$ — полярный вектор. Поэтому их скалярное произведение будет *псевдоскаляром*, и если коэффициент $\alpha \neq 0$ то существует нарушение четности.

Результат эксперимента показал, что электроны более часто вылетают в направлении против вектора поляризации $\vec{P}$, а значение коэффициента $\alpha \approx -0.7$

Спиральность нейтрино

Вскоре Ли и Янг, Ландау и Салам [7, 8, 9] поняли, что нарушение четности в слабом взаимодействии может иметь простое объяснение. Уравнением движения для фермионов является уравнение Дирака $(i\hat{\partial} - m)\Psi = 0$. Если ввести правую и левую проекции частицы:

$$\Psi_R = \frac{1+\gamma_5}{2}\Psi; \quad \Psi_L = \frac{1-\gamma_5}{2}\Psi; \tag{1.6}$$

то получим уравнения движения

$$\begin{aligned} i\hat{\partial}\Psi_R &= m\Psi_L \\ i\hat{\partial}\Psi_L &= m\Psi_R. \end{aligned}$$

Отметим, что левая и правая проекции (1.6) соответствуют состояниям с соответственно отрицательной и положительной спиральностью — проекцией спина на импульс частицы. Таким образом для массивного фермиона левая и правая проекции в уравнениях движения смешиваются. Напротив, для безмассового фермиона левая и правая компоненты существуют независимо, то есть их уравнения движения можно разделить:

$$i\hat{\partial}\Psi_{L,R} = 0$$

В результате, предполагая что масса нейтрино равна нулю, получаем что нейтрино с разной спиральностью существуют независимо друг от друга, то есть не смешиваются в уравнениях движения.

Тогда если мы запишем взаимодействие (1.5) для нейтрино разных спиральностей, то получим:

$$\mathscr{H} = [\bar{p}O_i n]\left\{G_i^L\left[\bar{e}O^i\left(1-\gamma_5\right)\nu_L\right] + G_i^R\left[\bar{e}O^i\left(1+\gamma_5\right)\nu_R\right]\right\} + h.c.$$

Таким образом, экспериментально измерив спиральность нейтрино, рожденного слабым взаимодействием, можно определить соотношение констант G^L и G^R.

Такой эксперимент был проведен Голдхабером [10] в 1956-58 годах: наблюдая захват электрона в ядром ^{158}Eu:

$$e + {}^{158}\mathrm{Eu}\ (J=0) \to {}^{158}\mathrm{Sm}^*\ (J=1) + \nu$$

Возбужденное состояние $^{158}\mathrm{Sm}^*$ через доли пикосекунд распадается:

$$^{158}\mathrm{Sm}^* \ (J=1) \to {}^{158}\mathrm{Sm} \ (J=0) + \gamma$$

И, таким образом, поляризация испущенного фотона связана со спином нейтрино. Измерив поляризацию фотона Голдхабер сделал вывод:

„Наши результаты согласуются... со 100% отрицательной спиральностью нейтрино“, то есть нейтрино оказались *левыми* частицами.

Это открытие проложило путь $V-A$ теории слабых взаимодействий, развитой благодаря Фейнману и Гелл-Манну [11] и Маршаку и Сударшану [12]. В этой теории взаимодействовали только левые поля:

$$\mathscr{H} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J^\dagger_\mu J^\mu; \qquad J^\mu = \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{n}_L \gamma^\mu p_L \tag{1.7}$$

Такое взаимодействие, в частности, предполагало наличие процессов $e + \nu \to \nu + e$, которые были экспериментально обнаружены много позже.

1.1.2 Лептонные ароматы

Промежуточные бозоны

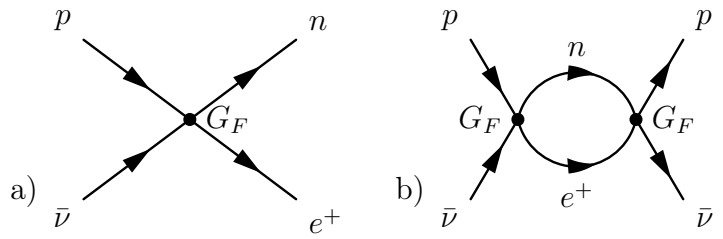

Рис. 1.1: Процессы в теории Ферми *a)* первого и *b)* второго порядка по G_F

Теория Ферми имела ряд существенных недостатков:

- Сечение рассеяния двух фермионов в первом порядке по G_F (рис. 1.1 *а*) в этой теории линейно (и неограничено) растет с ростом энергий частиц (см. например (1.3)) , нарушая таким образом унитарность S-матрицы.
- Амплитуда рассеяния во втором порядке (рис. 1.1 *б*) имеет квадратичную расходимость (как нетрудно видеть петля на диаграмме имеет размерность q^2), то есть является неперенормируемой.

Эти недостатки исчезают, если предположить, что вместо 4-фермионного взаимодействия происходит обмен тяжелым заряженным векторным мезоном [11, 12]. Тогда рост сечения взаимодействия подавляется благодаря большой массе промежуточного мезона I, а квадратичные расходимости в петле становятся логарифмическими.

Диаграммы на рис. 1.1 переходят соответственно в диаграммы на рис. 1.2.

Взаимодействие фермионов с мезоном I:

$$g_I \left\{ \overline{e_L} \gamma_\mu \nu_L + \overline{n_L} \gamma_\mu p_L \right\} I^\mu \tag{1.8}$$

где константа связи связана с G_F условием $g_I^2/M_I^2 = G_F/\sqrt{2}$.

Промежуточный мезон был введен феноменологически.

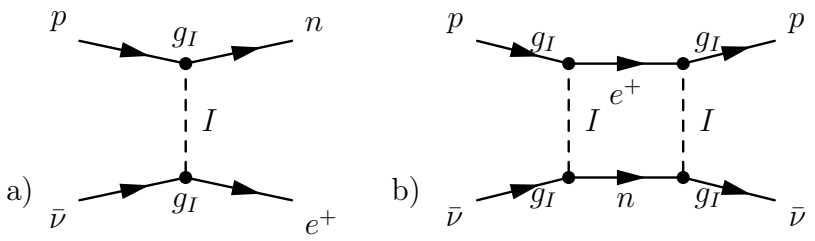

Рис. 1.2: Процессы в теории с промежуточным бозоном

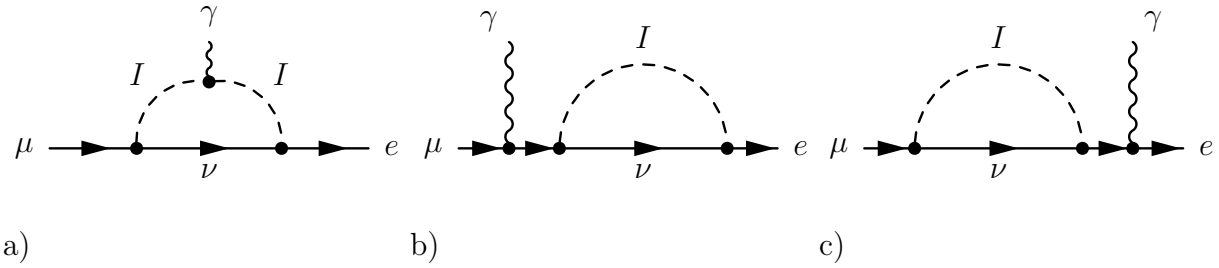

Рис. 1.3: Распад $\mu \to e\gamma$

Стандартная модель

Теоретическое обоснование гипотеза промежуточного мезона получила когда в 1968 году Глешоу, Вайнберг и Салам построили калибровочную $SU(2) \times U(1)$ электрослабую теорию, получившую название Стандартной Модели (СМ), в которой естественным образом возникали три тяжелых векторных бозона — нейтральный Z-бозон и два заряженных $W^{\pm}$.

В СМ левые фермионы (лептоны и кварки) объединяются в дублеты

$$L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \text{ и т.д.}$$

верхним и нижним компонентам которых приписывается *слабый изоспин* $+1/2$ и $-1/2$ соответственно. Выпишем слагаемые, отвечающие за нейтринные взаимодействия:

$$\mathscr{L}_{weak} = \underbrace{\frac{g}{2\sqrt{2}}\left[W_\mu^- \bar{\ell}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\nu + W_\mu^+ \bar{\nu}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\ell\right]}_{CC} - \underbrace{\frac{g}{4\cos\theta_W} Z_\mu \bar{\nu}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\nu}_{NC} \qquad (1.9)$$

Здесь параметр θ_W — угол Вайнберга, CC и NC обозначают заряженный и нейтральный токи соответственно.

В настоящий момент СМ является общепринятой моделью электрослабого и сильного взаимодействий. Все предсказанные ею частицы удалось обнаружить экспериментально, за исключением бозона Хиггса.

Однако, вернемся к истории нейтринной физики.

Мюонное нейтрино

В 1947 году Андерсон и Неддермейер обнаружили в космических лучах частицу, идентичную электрону, однако с большей массой — *мюон* (μ). По предположению Бруно Понтекорво он тоже должен был участвовать во взаимодействии $\mu + p \to n + \nu$ с той же

самой универсальной константой G_F. Поэтому сразу возник вопрос — чем отличаются нейтрино (и отличаются ли вообще), рожденные в процессах

$$\begin{aligned} e + p &\rightarrow n + \nu \\ \mu + p &\rightarrow n + \nu \end{aligned}$$

Этот вопрос был исследован в 1958 году Файнбергом [13] в рамках взаимодействия с промежуточным мезоном (1.8).

Файнберг отметил, что если нейтрино, порождаемые мюоном и электроном являются одной и той же частицей, то возможен процесс распада мюона на электрон и фотон. Этому распаду в низшем порядке ($\sim G_F e$) соответствуют три диаграммы, изображенных на рис. 1.3.

Расчет показал, что бренчинг такого распада, т.е. отношение $R = \Gamma_{\mu\to e\gamma}/\Gamma_{\mu\to\nu\overline{\nu}}$, должен быть порядка $R_{th} \sim 10^{-4}$, однако экспериментальное значение для него в то время было $R_{exp} < 2 \times 10^{-5}$, то есть как минимум в 5 раз меньше (современный результат[15] $R_{exp} < 1.2 \times 10^{-11}$).

Отсюда Файнберг сделал вывод, что „существующая теория промежуточного мезона, возможно, не соответствует экспериментальному отсутствию распада $\mu \rightarrow e\gamma$“, однако в сноске указал, что еще одна возможность состоит в том, чтобы дать мюону и электрону противоположные квантовые числа.

Оставалось, пользуясь предположением Файнберга, проверить это напрямую — через обратный β-распад.

Это проделали Ледерман, Шварц и Штейнбергер [14] в 1962 году. Для этого они воспользовались пучком π^+, производимых в CERN. Основной модой распада пиона является

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu \tag{1.10}$$

полученные нейтрино направляются в мишень, где происходит процесс

$$\nu + n \rightarrow p^+ + \mu^-(e^-?) \tag{1.11}$$

Детектируя продукты реакции (1.11) с помощью искровой камеры, они обнаружили 34 события соответствующих мюонам (одиночные треки), 22 вершинных события, которые отвечают рождению мюона и пиона, а также 8 ливневых событий, соответствующих электронам, и которые, в конце концов, удалось отнести к фону. Таким образом было установлено, что нейтрино, участвующие в процессах (1.10) и (1.11)(с электроном) — разные частицы. Появилось понятие *лептонного аромата* нейтрино.

Позднее, в 1975 году Мартин Перл экспериментально обнаружил τ-лептон. Таким образом стало известно три лептонных аромата. В 1989 по данным LEP по ширине резонанса Z-бозона в e^+e^- столкновениях, установлено что число лептонных и кварковых поколений равно трем.

1.1.3 Нейтринные осцилляции

В 1967 году был проведен эксперимент Рэймонда Дэвиса по регистрации потока электронных нейтрино от Солнца. Эксперимент показал заметный дефицит их потока по сравнению с результатами расчетов в рамках стандартной солнечной модели. Этот факт получил название „загадкой солнечных нейтрино“.

Как одно из объяснений этого факта была предложена теория нейтринных осцилляций. Если предположить что нейтрино имеют массу, и что массовые состояния нейтрино могут не совпадать с состояниями с определенным лептонным ароматом, то возникает эффект, схожий с осцилляциями нейтральных каонов — в силу того, что уравнения движения для состояний с разной массой будут различны, массивные состояния будут по мере распространения в пространстве, составлять разные лептонные состояния. Фактически это будет означать, что если в точке x_s мы наблюдаем рождение нейтрино с лептонным ароматом ℓ, то существует, вообще говоря, ненулевая вероятность $P_{\ell\to\ell'}$ детектирования в точке x_d нейтрино с ароматом ℓ'. Для случая двух нейтринных ароматов, имеем смешивание двух массовых состояний ν_1 и ν_2. Вероятность осцилляции нейтрино с энергией E в этом случае равна

$$P_{\ell\to\ell'} = \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{m_2^2 - m_1^2}{4E}L\right), \quad L = |\vec{x}_d - \vec{x}_s|. \tag{1.12}$$

Угол θ характеризует угол поворота между массовым и лептонным базисами нейтрино.

На самом деле, при выводе формулы (1.12) уравнением движения для нейтрино предполагалось уравнение Шредингера, а состояния ν_i — плоскими волнами. Поэтому такой подход к осцилляциям нейтрино называют квантовомеханическим.

Справедливость приближений квантовомеханического подхода представляется довольно спорной. В частности, фаза осцилляций сильно зависит от используемых предположений, например, о равенстве импульсов или энергий ν_i.

Для трехнейтринного смешивания есть три массовых состояния. Их смешивание параметризуется тремя углами $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ и дополнительными комплексными фазами. Также роль играют две разности масс $\Delta m_{23}, \Delta m_{13}$. Все эти параметры называются параметрами нейтринных осцилляций.

Эксперименты (GALLEX,KamLand,SNO и др.) по измерению потока солнечных нейтрино, подобные эксперименту Девиса, дали значения параметров

$$\sin^2 2\theta_{12} = 0.86 \pm 0.03; \quad \Delta m_{12} = (8.0 \pm 0.3) \times 10^{-5}\text{эВ}^2$$

Эксперименты по измерению атмосферных нейтрино также указали на нейтринные осцилляции.

При взаимодействии космических лучей в атмосфере рождаются мюонные нейтрино, причем рождаются они более-менее однородно по всей атмофере. Детектор нейтрино, расположенный в определенной точке Земли будет принимать нейтрино со всех направлений — от родившихся в атмосфере тут же, до родившихся в атмосфере на противоположной стороне Земли и прошедших сквозь нее. Таким образом длина пробега детектируемой частицы будет однозначным образом зависеть от угла ее прилета.

Таким образом неоднородность углового распределения потока атмосферных мюонных нейтрино позволит судить о наличии осцилляций.

Один из последних экспериментов такого типа — Super-Kamiokande — позволил определить параметры

$$\sin^2 2\theta_{23} > 0.92; \quad \Delta m_{23} = (3.2 \pm 0.3) \times 10^{-3}\text{эВ}^2$$

1.2 Теория нейтринных осцилляций

1.2.1 Массовые члены в лагранжиане

Дираковский массовый член

В стандартной модели заряженные лептоны (а также кварки) получают массы посредством Юкавского взаимодействия с Хиггсовским скалярным дублетом $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$

$$-\mathscr{L}_Y = \lambda \bar{L} \phi \ell_R + h.c. \tag{1.13}$$

где лептонные поля образуют $L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix}$ — левый дублет, а ℓ_R — правый синглет по группе $SU(2)$. Обратим внимание, что в это взаимодействие входят только поля с различной спиральностью, то есть введение массы требует $L \leftrightarrow R$ переход.

В результате спонтанного нарушения электрослабой симметрии нейтральная компонента Хиггсовского дублета приобретает вакуумное среднее: $\langle \phi^0 \rangle = v/\sqrt{2}$ (где $v = 246$ ГэВ). Отсюда получается так называемый Дираковский массовый член для лептонов:

$$-\mathscr{L}_m = m_\ell (\overline{\ell_L} \ell_R + \overline{\ell_R} \ell_L) \equiv m_\ell \bar{\ell} \ell,$$

где введена масса $m_\ell = \lambda v/\sqrt{2}$, а $\ell = \ell_L + \ell_R$ — Дираковское спинорное поле. Этот массовый член, очевидно, инвариантен относительно $U(1)$ преобразований $\ell \to e^{i\alpha}\ell$, что соответствует сохранению лептонного числа и электрического заряда.

Из наблюдаемых масс фермионов нетрудно получить значения Юкавских констант связи. Они варьируются от $\lambda_t \simeq 1$ для t-кварка до $\lambda_e \simeq 10^{-5}$ для электрона.

Так как в стандартной модели правые нейтрино не фигурируют, то нейтрино остаются безмассовыми.

Очевидно, самый простой способ ввести Юкавское взаимодействие, аналогичное (1.13) для нейтрино — добавить *стерильные* нейтрино правой спиральности — состояния, не участвующие в калибровочных взаимодействиях и, следовательно, в принципе не наблюдаемые.

В итоге получим Дираковский массовый член для нейтрино:

$$\mathscr{L}_D = -\lambda_D \frac{v}{\sqrt{2}} (\overline{\nu_L} \nu_R + \overline{\nu_R} \nu_L) \equiv -m_D \bar{\nu} \nu; \quad \nu = \nu_L + \nu_R \tag{1.14}$$

Однако для того, чтобы таким способом получить массу нейтрино, к примеру, $m_D < 1$МэВ, нужна неестественно маленькая Юкавская константа связи: $\lambda_D < 10^{-11}$.

Дираковский массовый член является наиболее простым расширением уже существующего в стандартной модели Юкавского взаимодействия (1.13). Однако он требует введения двух дополнительных стерильных степеней свободы, что является довольно нежелательным.

Майорановский массовый член

Существует и другой вариант конструкции массового члена.

Фактически, в стандартной модели существуют два нейтринных поля, которые можно рассматривать как независимые степени свободы: ν_L и $\overline{\nu_L}$, которые участвуют в слабых взаимодействиях.

С помощью этих степеней свободы можно построить Юкавское взаимодействие с необходимым $L \leftrightarrow R$ переходом. Для этого введем операцию зарядового сопряжения, действие которой на поле ψ дает CP сопряженное поле ψ^C:

$$\psi^C \equiv C\bar{\psi}^T = C\gamma_0^T\psi^*$$

Рассмотрим некоторые свойства этих полей.

- Если поля ψ удовлетворяют уравнению Дирака с электромагнитным полем
$$(i\hat{\partial} - m - e\hat{A})\psi = 0,$$
то сопряженные поля ψ^C должны удовлетворять $(i\hat{\partial} - m + e\hat{A})\psi^C = 0$.

  Отсюда условие на матрицу зарядового сопряжения C:
$$\gamma_\mu C = -C\gamma_\mu^T \tag{1.15}$$

- Очевидно, что двойное преобразование четности тождественно $(\psi^C)^C \equiv \psi$, отсюда видим, что матрица C должна быть эрмитова:
$$CC^\dagger = I.$$

- Если $\psi_L = \Pi_L\psi$ — левая частица, то $(\psi_L)^C = (\Pi_L\psi)^C = \Pi_R(\psi^C)$ — является правой частицей.

Теперь можно построить взаимодействие с нужной $L \leftrightarrow R$ структурой, которое приведет к Майорановскому массовому члену:

$$\mathscr{L}_M = -\lambda_M\frac{v}{\sqrt{2}}\left(\overline{\nu_L}(\nu_L)^C + \overline{(\nu_L)^C}\nu_L\right) \equiv -\frac{m_M}{2}\overline{\nu}\nu; \quad \nu = \nu_L + (\nu_L)^C \tag{1.16}$$

Этот массовый член не является инвариантным относительно $U(1)$-преобразований, то есть не сохраняет лептонное число. Кроме того, майорановское нейтрино при зарядовом сопряжении переходит само в себя: $\nu^C = \nu$, то есть в Майорановском случае *нейтрино совпадает с антинейтрино.*

Майорановский подход имеет то преимущество, что мы не вводили дополнительных ненаблюдаемых степеней свободы.

Однако, в отличие от Дираковского случая, построение такого взаимодействия из (1.13) представляет некоторую трудность. Дело в том, что левые нейтрино ν_L и $\overline{\nu_L}$ входят в лептонные дублеты, поэтому Майорановские массы для нейтрино приведут к аналогичным слагаемым для лептонов, что противоречило бы сохранению заряда.

Решением этой трудности может быть видоизменение взаимодействия (1.13) (т.е. выход за рамки стандартной модели) для получения нужного результата. Один из вариантов состоит в том, чтобы ввести поле Хиггса как $SU(2)$-триплет $\vec{\Delta}$. Тогда получим взаимодействие $\mathscr{L} \sim \overline{L^C}\vec{\sigma}L \cdot \vec{\Delta}$, которое после спонтанного нарушения симметрии даст Майорановскую массу для нейтрино и Дираковскую массу для лептона.

Можно записать и другие взаимодействия, ведущие к этому результату, однако они оказываются неперенормируемыми.

Механизм „качелей“

Наиболее привлекательным способом получить массу нейтрино является так называемый механизм „качелей“(see-saw механизм). Исторически он возник в теориях великого объединения (ТВО), в частности в $SO(10)$ модели, позже нашел применение в других теориях.

Для начала введем правое стерильное нейтрино и получим Дираковский массовый член (1.14). В принципе, ничто нам не мешает правому полю ν_R приписать Майорановскую массу, поскольку оно является $SU(2)$-синглетом и аргументы, высказанные в предыдущем пункте к нему не относятся. Таким образом, получаем два массовых члена:

$$\mathscr{L}_{SS} = -m_D(\overline{\nu_L}\nu_R + \overline{\nu_R}\nu_L) - \frac{1}{2}m_M(\overline{\nu_R}(\nu_R)^C + \overline{(\nu_R)^C}\nu_R),$$

Перепишем это в матричном виде:

$$\mathscr{L}_{SS} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\overline{\nu_L} & \overline{(\nu_R)^C}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & m_D\\ m_D & m_M\end{pmatrix}\begin{pmatrix}(\nu_L)^C\\ \nu_R\end{pmatrix} + h.c.$$

Массовую матрицу $\mathscr{M} = \begin{pmatrix}0 & m_D\\ m_D & m_M\end{pmatrix}$ с помощью матрицы поворота $U = \begin{pmatrix}1 & -\eta\\ \eta & 1\end{pmatrix}$ ($\eta = m_D/m_M$) можно привести к диагональному виду

$$U\mathscr{M}U^{-1} = \begin{pmatrix}-m_D^2/m_M & 0\\ 0 & m_M\end{pmatrix}.$$

Как мы видим, одна из масс оказалась отрицательной. Однако, можно добиться нормального массового члена (с положительными массами), если определить состояния нейтрино следующим образом

$$\begin{aligned}\nu &= \nu_L - (\nu_L)^C + \eta\left(\nu_R - (\nu_R)^C\right)\\ N &= \nu_R + (\nu_R)^C + \eta\left(\nu_L + (\nu_L)^C\right)\end{aligned}$$

Мы видим, что $N = N^C$ (т.е. является майорановской частицей), в то время как $\nu = -\nu^C$. Массовый член в лагранжиане примет вид:

$$\mathscr{L}_{SS} = -m\overline{\nu}\nu - M\overline{N}N; \tag{1.17}$$

с массами

$$m = \frac{m_D^2}{m_M}, \quad M = m_M$$

Дираковская и Майорановская массы пропорциональны константам Юкавского взаимодействия λ_D и λ_M. Если выбрать эти константы таким образом, что величина $\eta \equiv m_D/m_M \ll 1$, то левые (взаимодействующие) и правые (стерильные) нейтрино с точностью до η можно отождествить с массовыми состояниями, то есть:

$$\nu \simeq \nu_L - (\nu_L)^C; \quad N \simeq \nu_R + \nu_R^C.$$

И, таким образом, масса левого нейтрино автоматически подавляется большой массой правого стерильного нейтрино — отсюда аналогия с качелями.

Константа λ_D уже не должна быть очень малой, достаточно чтобы масса $m_M = \sqrt{2}v\lambda_M$ была большой. Фактически, массу m_M считают связанной со спонтанным нарушением великого объединения, потому полагают $m_M \sim 10^{11}$ ГэВ (масштаб ТВО).

1.2.2 Смешивание нейтрино различных ароматов

Нетрудно обобщить (1.14),(1.16) и (1.17) на случай, когда есть несколько типов нейтрино. Будем записывать их в виде столбца ν^α. Массы и m_D, m_M станут, соответственно, матрицами $\mathscr{M}^D_{\alpha\beta}$ и $\mathscr{M}^M_{\alpha\beta}$. В результате получаем массовые члены:

- Дираковский:
$$\mathscr{L}_D = -\overline{\nu_\alpha}\mathscr{M}^D_{\alpha\beta}\nu_\beta, \qquad \text{где } \nu = \nu_L + \nu_R \tag{1.18}$$
- Майорановский:
$$\mathscr{L}_M = -\overline{\nu_\alpha}\mathscr{M}^M_{\alpha\beta}\nu_\beta, \qquad \text{где } \nu = \nu_L + (\nu_L)^C \tag{1.19}$$
- Механизм „качелей“:
$$\mathscr{L}_{SS} = -\overline{\nu_\alpha}\mathscr{M}^L_{\alpha\beta}\nu_\beta - \overline{N_\alpha}\mathscr{M}^R_{\alpha\beta}N_\beta, \tag{1.20}$$
где
$$\nu = \nu_L - (\nu_L)^C, \quad N = \nu_R + (\nu_R)^C,$$
$$\mathscr{M}^L = \left(\mathscr{M}^D\right)^2\left(\mathscr{M}^M\right)^{-1}, \quad \mathscr{M}^R = \mathscr{M}^M.$$

То есть в общем случае имеем конструкцию $\mathscr{L}_m = -\overline{\nu_\alpha}\mathscr{M}_{\alpha\beta}\nu_\beta$. Поскольку лагранжиан должен быть эрмитовым оператором, матрица $\mathscr{M}$ — эрмитова. Эрмитову матрицу можно диагонализовать унитарным преобразованием, откуда можно представить:
$$\mathscr{M}_{\alpha\beta} = V_{\alpha i}\mathscr{M}'_{ij}V^\dagger_{j\beta},$$
где $\mathscr{M}_{ij} = m_i \cdot \delta_{ij}$, а V — унитарная матрица. Таким образом мы имеем в лагранжиане массовый член вида
$$\mathscr{L}_m = \sum_i m_i\overline{\nu}_i\nu_i,$$
где ν_i — массовые состояния нейтрино, соответствующие массам m_i. Эти состояния связаны с флейворными состояниями ν_α соотношениями
$$\nu_\alpha = \sum_k V_{\alpha k}\nu_k. \tag{1.21}$$

Матрица V определяет смешивание нейтрино и называется матрицей Понтекорво-Маки-Накагава-Саката (ПМНС)

В случае, если число нейтрино равно трем, эту матрицу (3×3) можно параметризовать следующим образом:
$$V = O_{23}\Gamma_D O_{13}\Gamma^\dagger_D O_{12}\Gamma_M,$$
где матрицы O_{ij} есть матрицы поворота в трехмерном пространстве

$$O_{12} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{12} & \sin\theta_{12} & 0 \\ -\sin\theta_{12} & \cos\theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, O_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta_{23} & \sin\theta_{23} \\ 0 & -\sin\theta_{23} & \cos\theta_{23} \end{pmatrix}, O_{13} = \begin{pmatrix} cos\theta_{13} & 0 & \sin\theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_{23} & 0 & \cos\theta_{23} \end{pmatrix}.$$

Γ_D и Γ_M — соответственно Дираковская и Майорановская матрицы нарушения CP-четности:
$$\Gamma_D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta_{CP}} \end{pmatrix}; \quad \Gamma_M = \begin{pmatrix} e^{i\phi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^i\phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.2.3 Вероятность осцилляций

Вероятность нейтринных осцилляций $P_{\alpha\to\beta}(x_s, x_d)$ есть вероятность рождения в точке x_s нейтрино с лептонным ароматом α и детектирования в точке x_d нейтрино с лептонным ароматом β.

С точки зрения квантовой теории поля этот процесс описывается в общем случае диаграммой, изображенной на рис. 1.4. Очевидно, что нейтрино в данном случае является *виртуальной* частицей, а потому трудности, возникающие в квантовомеханическом подходе в связи с различными предположениями об энергии и импульсе нейтрино, в данном случае не возникают в принципе, поскольку все эти предположения здесь неприменимы.

Описание в квантовой теории поля

Вероятность некоторого процесса характеризуется его сечением. Поэтому для определения формулы вероятности нейтринных осцилляций, найдем сечение процесса, изображенного на рисунке 1.4. Фактически, мы должны складывать эти диаграммы по индексу k, нумерующему массовые состояния нейтрино.

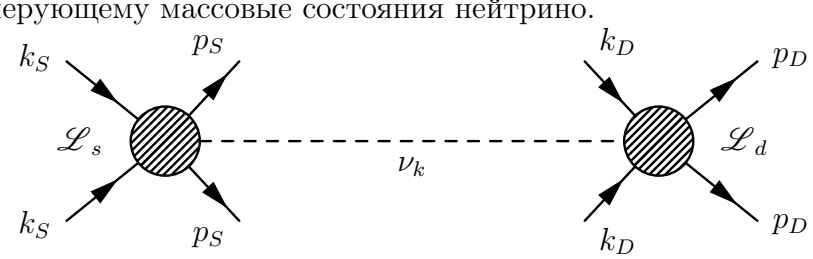

Рис. 1.4: Нейтринные осцилляции в теории поля

Амплитуда процесса $i \to f$ имеет вид:

$$A = \langle f|S-1|i\rangle = \langle f|\exp\left(i\int \mathscr{L}(x)\,\mathrm{d}x\right) - 1|i\rangle$$

В нашем случае процесс содержит два взаимодействия, обозначенных на рис. 1.4 заштрихованными кружочками. Это процессы рождения и детектирования нейтрино. которым соответствуют части в лагранжиане $\mathscr{L}_s$ и $\mathscr{L}_d$, причем пусть в $\mathscr{L}_s$ с нейтрино заряженным током взаимодействует лептон ℓ_α, а в $\mathscr{L}_d$ — ℓ_β. Амплитуда для нашего процесса будет выглядеть

$$A = i^2 T\langle f|\int \mathscr{L}_s(x)\mathscr{L}_d(y)\,\mathrm{d}x\ \mathrm{d}y\,|i\rangle \tag{1.22}$$

Поскольку $\mathscr{L}_s$ и $\mathscr{L}_d$ описывают процессы рождения и детектирования нейтрино, то можно записать их общий вид, выделив оператор ν_k и соответствующий ему элемент матрицы ПМНС $V_{\alpha k}$:

$$\mathscr{L}_s(x) = V^*_{\alpha k}\cdot\bar{\nu}_k(x)(1+\gamma^5)\overline{\mathcal{M}'}_s(x); \tag{1.23}$$
$$\mathscr{L}_d(y) = V_{\beta k}\cdot\mathcal{M}'_d(y)(1-\gamma^5)\nu_k(y); \tag{1.24}$$

Тогда амплитуда (1.22) запишется как:

$$A = i^2 \sum_k V^*_{\alpha k} V_{\beta_k}\, T \int \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y\, \langle f|\mathcal{M}'_d(y)(1-\gamma^5)\underbrace{\nu_k(y)\bar{\nu}_k(x)}_{G_k(y-x)}(1+\gamma^5)\overline{\mathcal{M}'}_s(x)|i\rangle$$

Здесь обозначено $\nu_k(y)\bar{\nu}_k(x) = G_k(y-x)$, где функция Грина для нейтрино

$$G_k(y-x) = \int \frac{\mathrm{d}^4 q}{(2\pi)^4} \frac{i}{\hat{q} - m_k + i\varepsilon} e^{-iq(y-x)} \tag{1.25}$$

Наши начальное i и конечное f состояния — совокупности волновых функций частиц ψ_i в начальном и ϕ_f в конечном состояниях:

$$\begin{aligned} |i\rangle =& |\psi_1 \dots \psi_n\rangle \\ |f\rangle =& |\phi_1 \dots \phi_m\rangle \end{aligned}$$

Начальные и конечные частицы разделяются на 2 группы — участвующие в процессе $\mathscr{L}_s$ рождения нейтрино (будем обозначать $i \in s, f \in s$) и участвующие в процессе $\mathscr{L}_d$ ($i \in d, f \in d$).

Можно разложить эти состояния по плоским волнам:

$$|i\rangle = \int \prod_i \frac{\mathrm{d}\vec{k}_i}{(2\pi)^3\sqrt{2E_i}}\ \Phi_i(\vec{k}_i)\cdot|k\rangle \qquad |k\rangle \equiv |k_1 \dots k_n\rangle \tag{1.26}$$

$$|f\rangle = \int \prod_f \frac{\mathrm{d}\vec{p}_f}{(2\pi)^3\sqrt{2E_f}}\ \Phi_f(\vec{p}_f)\cdot|p\rangle \qquad |p\rangle \equiv |p_1 \dots p_m\rangle, \tag{1.27}$$

Поскольку частицы из s локализованы в окрестности точки x_s, а из группы d — в окрестности x_d, то представим их спектры в виде

$$\Phi_i^{(s,d)}(\vec{k}_i) = a_i(k_i)\exp(-i\vec{k}_i\vec{x}_{s,d}) \quad \Phi_f^{(s,d)}(\vec{p}_f) = a_i(p_f)\exp(-i\vec{k}_f\vec{x}_{s,d});$$

Операторы $\overline{\mathcal{M}'}_s(x)$ и $\mathcal{M}'_d(y)$ в обкладках соответствующих плоских волн дадут:

$$\langle p_d|\mathcal{M}'_d(y)|k_d\rangle = \exp\left(-i\sum_{j,l\in d}(\vec{k}_j - \vec{p}_l)\vec{y}\right)\langle p_d|\mathcal{M}'_d(k_d,p_d)|k_d\rangle$$

$$\langle p_s|\overline{\mathcal{M}'}_s(x)|k_s\rangle = \exp\left(-i\sum_{j,l\in s}(\vec{k}_j - \vec{p}_l)\vec{x}\right)\langle p_s|\overline{\mathcal{M}'}_s(k_s,p_s)|k_s\rangle$$

Таким образом

$$\langle f_d|\mathcal{M}'_d(y)|i_d\rangle = \int \langle p_d|\mathcal{M}'_d(k_d,p_d)|k_d\rangle \prod_{i,f\in d}\frac{a_i(k_i)a_f^\dagger(p_f)}{(2\pi)^6\sqrt{2E_i 2E_f}}\,\mathrm{d}\vec{k}_i\ \mathrm{d}\vec{p}_f \quad \exp\left(-i(\vec{k}_i - \vec{p}_f)(\vec{y} - \vec{x}_d)\right)$$

$$\langle f_s|\overline{\mathcal{M}'}_s(x)|i_s\rangle = \int \langle p_s|\overline{\mathcal{M}'}_s(k_s,p_s)|k_s\rangle \prod_{i,f\in s}\frac{a_i(k_i)a_f^\dagger(p_f)}{(2\pi)^6\sqrt{2E_i 2E_f}}\,\mathrm{d}\vec{k}_i\ \mathrm{d}\vec{p}_f \quad \exp\left(-i(\vec{k}_i - \vec{p}_f)(\vec{x} - \vec{x}_s)\right)$$

Считая, что функции $a_i(\vec{k}_i)$ имеют максимум при $\vec{k}_i = \vec{k'}_i$, и быстро спадают вдали от этого значения (по сравнению с матричными элементами $\langle p_d|\mathcal{M'}_d(k,p)|k_d\rangle$, $\langle p_s|\overline{\mathcal{M'}}_s(k,p)|k_s\rangle$), и аналогично для $a_f(p_f)$, сосредоточенных в окрестности p'_f, можно упростить

$$\langle f_d|\mathcal{M'}_d(y)|i_d\rangle \approx \langle p'_d|\mathcal{M'}_d(k'_d,p'_d)|k'_d\rangle \prod_{i,f\in d} \Psi_i^d(\vec{v}_i(y^0-x_d^0)-(\vec{y}-\vec{x}_d))\Psi_f^{d\dagger}(\vec{v}_f(y^0-x_d^0)-(\vec{x}-\vec{x}_d))$$

$$\langle f_s|\overline{\mathcal{M'}}_s(x)|i_s\rangle \approx \langle p'_s|\overline{\mathcal{M'}}_s(k'_s,p'_s)|k'_s\rangle \prod_{i,f\in s} \Psi_i^s(\vec{v}_i(x^0-x_s^0)-(\vec{x}-\vec{x}_s))\Psi_f^{s\dagger}(\vec{v}_f(x^0-x_s^0)-(\vec{x}-\vec{x}_s))$$

Введенные здесь функции Ψ_i и Ψ_f имеют смысл волновых функций частиц в начальном и конечном состояниях соответственно. Амплитуда теперь имеет вид:

$$A = \sum_k V_{\alpha k}^* V_{\beta k} \int \mathrm{d}x\ \mathrm{d}y\ \langle k',p'|\mathcal{M'}_d(k'_d,p'_d)(1-\gamma^5)G_k(y-x)(1+\gamma^5)\overline{\mathcal{M'}}_s(k'_s,p'_s)|k',p'\rangle \prod_{i,f}\Psi_i\Psi_f^\dagger$$

Интегрируя по x и y и переходя к приближению плоских волн, после вычислений получаем:

$$A = \sum_k 16(2\pi)^4\delta^4(k'_s-p'_s-q)(2\pi)^4\delta^4(k'_d-p'_d+q)\times$$
$$\times \prod_k \frac{\Psi_i^0\Psi_f^0}{\sqrt{2E_i 2E_f}}\overline{\mathcal{M'}}_d(k'_d,p'_d)(1-\gamma^5)\frac{2\pi^2}{L}e^{iq_kL}V_{\alpha k}^*V_{\beta k}\hat{q}_k(1+\gamma^5)\mathcal{M'}_s(k'_s,p'_s)$$

Заменив $\hat{q}_k = \sum_s \nu_k\overline{\nu_k}$ — матрица плотности — можно отфакторизовать амплитуды процессов рождения и уничтожения:

$$A = A_d \times A_{\alpha\beta} \times A_s$$

или, в итоге, для сечения имеем:

$$\mathrm{d}\sigma_{\alpha\beta} = \mathrm{d}\sigma_s \times P_{\alpha\beta} \times \mathrm{d}\sigma_d \tag{1.28}$$

где $\sigma_{(s,d)}$ — сечения процессов рождения и детектирования нейтрино соответственно, а вероятность

$$P_{\alpha\beta} \approx \sum_{l,k} V_{\alpha k}^* V_{\beta k} V_{\alpha l} V_{\beta l}^* \exp\left(\frac{\Delta m_{lk}^2}{4E}L\right)$$

где E — средняя энергия нейтрино, $\Delta m_{lk}^2 = m_l^2 - m_k^2$.

Эта формула в точности получается при квантовомеханическом выводе в предположении равенства импульсов нейтрино и в ультрарелятивистском пределе.

Глава 2

Эксперимент OPERA

2.1 Цели и задачи

Эксперимент OPERA (Oscillation Project with Emulsion tRAcking Apparatus) имеет целью поиск $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ осцилляций в области параметров, указанной результатами эксперимента Super-Kamiokande. Для этого осуществляется прямое наблюдение ν_τ, появившихся в результате осцилляций из пучка мюонных нейтрино.

Для этого пучок мюонных нейтрино из CERN направляется в подземную лабораторию в Гран Сассо, в Италии, где нейтрино взаимодействуют на свинцовой мишени. Таким образом нейтрино от рождения до детектора проходят расстояние 732 км. Подробнее о нейтринном пучке см. раздел 2.2.

В результате CC взаимодействия нейтрино с нуклоном рождается соответсвующий лептон и вторичные адроны. В результате нам прежде всего нужно различать процессы

$$\nu_\mu + N \rightarrow \mu + X; \tag{2.1}$$

$$\nu_\tau + N \rightarrow \tau + Y; \tag{2.2}$$

Для того чтобы различать такие события можно воспользоваться тем, что вылетевший τ-лептон распадается на некотором расстоянии от первичной вершины. Основная мода (85%) распада τ — мода с одной заряженной частицей, то есть $\tau^- \rightarrow \nu_\tau + x^- + y^0$, где x^- — отрицательно заряженная частица, y^0 — прочие нейтральные частицы.

Наблюдая траектории заряженных частиц, можно сказать, что если на определенном расстоянии от первичной вершины некоторая траектория имеет излом, то это кандидат на ν_τ событие.

Для того, чтобы наблюдать треки частиц с большой точностью, используется фотоэмульсия. Эта техника нашла широкое применение в эксперименте CHORUS, где впервые было применено автоматическое сканирование большого числа событий. Чтобы зарегистрировать треки вблизи вершины, нужно располагать эмульсию в непосредственной близости от материала мишени. К тому же, для восстановления трехмерной структуры треков нужно несколько слоев эмульсии.

Решением является детектор, состоящий из чередующихся свинцовых пластин и слоев эмульсии, назывемый Emulsion Cloud Chamber (ECC).

Эта мишень дополняется системой электронных детекторов, которые указывают на то что произошло взаимодействие и примерное положение вершины этого взаимодействия.

Поскольку число событий в нейтринных экспериментах пропорционально массе мишени, то для статистически значимого результата эксперимента требуется очень массивная мишень. Для достижения целей OPERA нужна мишень массой порядка 2 килотонн. Чтобы снизить фон от космических лучей, детектор располагается под землей.

2.2 Пучок CNGS

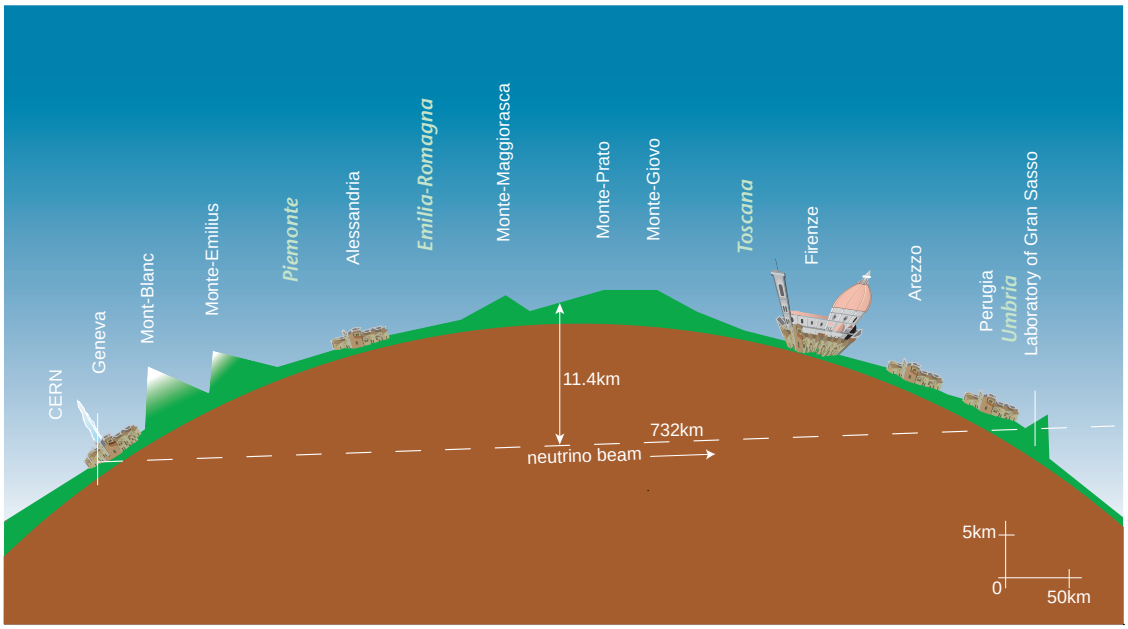

Рис. 2.1: Путь пучка из CERN в Gran Sasso

Цель проекта CNGS (Cern Neutrino to Gran Sasso) — генерация интенсивного пучка нейтрино для эксперимента OPERA. Для поиска нейтринных осцилляций очень важно, чтобы этот пучок состоял с высокой степенью чистоты, только из одного типа нейтрино — ν_μ.

Стандартный метод генерации пучка нейтрино состоит из шести этапов (см. рис. 2.3:

1. Производство высокоэнергетичных протонов
2. Транспортировка этих протонов в мишень
3. Взаимодействие этих протонов с ядрами атомов мишени, в результате которого рождаются π^+ и K^+.
4. Направление, с помощью системы магнитных линз, пучка пионов и каонов в сторону эксперимента.
5. Распад этих частиц при их распространении в специальном распадном туннеле. Основной модой распада будет $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$. При этом направление пучка ν_μ будет практически совпадать с направлениием пучка π^+ и K^+.
6. Поглощение адронов и всх прочих частиц, кроме нейтрино, в железной заглушке.

Опишем основные компоненты производства нейтринного пучка

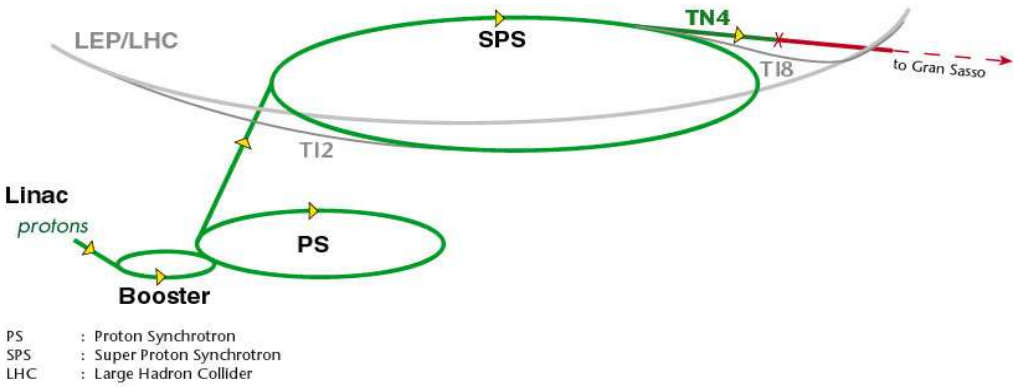

Рис. 2.2: Ускорение протонов

2.2.1 Основные компоненты

Протонный пучок

Протонный пучок для производства нейтрино должен иметь высокую энергию, для того чтобы рождать пионы и каоны при рассеянии на мишени. Для этой цели последовательно используется несколько ускорителей (рис. 2.2).

Созданный в CERN пучок протонов с энергией 50 МэВ направляется в ускоритель (Booster), который разгоняет их до 1.4 ГэВ. Следующая ступень ускорения — Протонный Синхротрон (PS), на выходе из которого пучок уже имеет энергию 14 ГэВ. После этого пучок попадает в Супер Протонный Синхротрон (SPS), где протоны разгоняются удо энергии 400 ГэВ.

Из SPS протоны извлекаются короткими импульсами, длительностью порядка 20 мкс с паузами в 6 секунд, число протонов в каждом импульсе — 2.4×10^{13}.

Мишень и вторичный пучок

Мишень для пучка протонов состоит из набора графитовых стержней. Размер мишени был выбран так, чтобы рождалось как можно большее количество вторичных частиц. Кроме того, при взаимодействии протонов с мишенью в последней будет выделяться значительное количество энергии, поэтому для охлаждения мишени используется циркулирующая струя гелия под высоким давлением.

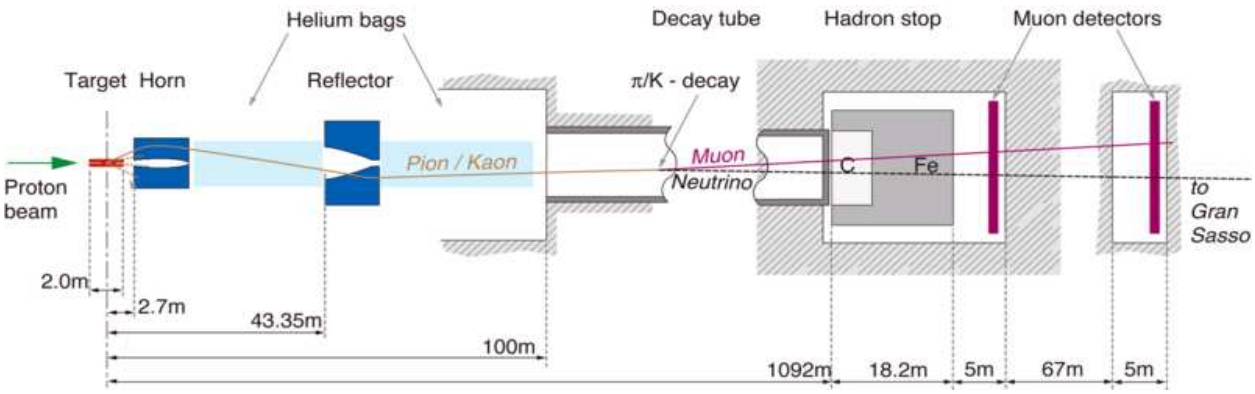

Рис. 2.3: Схема производства пучка

Вторичные частицы, рожденные в мишени, направляются в систему магнитных линз (см. рис. 2.3), которые фокусируют пучок положительных частиц со средней энергией 35 ГэВ и расфокусируют отрицательные.

Распадный туннель

Пионы и каоны — нестабильные частицы. Основные каналы их распадов: $\pi^+ \to \mu^+\nu_\mu(99.9\%)$ для пиона, $K^+ \to \mu^+\nu_\mu(63.4\%) \quad K^+ \to \pi^+\pi^0(20.9\%)$ для каона.

Таким образом распад этих частиц дает в большинстве случаев $\mu^+ + \nu_\mu$, что и используется для создания пучка.

В пучке π^+ с энергией 35% на протяжении 300 м распадается около 15% пионов. Поэтому частицы направляют в распадный туннель, длиной около 1 км. Чтобы избежать взаимодействия частиц с воздухом, в тоннеле создают вакуум.

Поглощение адронов

В конце распадного туннеля расположена железная заглушка с графитовым ядром. Она поглощает протоны, не провзаимодействовавшие в мишени, а также не распавшиеся пионы и каоны. Единственные частицы, которые проходят через заглушку — мюоны и нейтрино.

Мюонные детекторы

Поскольку мюоны рождаются вместе с нейтрино, то самый простой способ следить за направлением и спектром нейтрино — измерять траекторию мюонов. Для этого следом за зоной адронной остановки расположены две станции мюонных детекторов, измеряющие ключевые параметры мюонного пучка, и, таким образом дающие характеристики нейтринного.

2.2.2 Характеристики пучка

Поскольку нейтрино распространяются в Земле, то мюоны, образовавшиеся вместе с ними в скором времени будут поглощены. Таким образом мы получаем чистый нейтринный пучок, летящий в направлении Gran Sasso.

В таблице 2.1 приведены основные характеристики пучка CNGS — поток мюонных нейтрино в единицу площади, нормированный на на 1 протон на мишени (proton on target — pot), число $\nu_\mu CC$ событий в расчете на 1 килотонну массы детектора, средняя энергия и число нейтрино других ароматов по отношению к числу ν_μ.

$\nu_\mu \quad (1/m^2/pot)$	7.45×10^{-9}
$\nu_\mu CC \quad (1/kton/pot)$	5.44×10^{-17}
$\langle E_\nu \rangle$ (ГэВ)	17
$\bar{\nu}_\mu/\nu_\mu$	2.0%
ν_e/ν_μ	0.8%
$\bar{\nu}_e/\nu_\mu$	0.05%

Таблица 2.1: Характеристики пучка CNGS

2.3 Структура детектора

В OPERA детекторы разделяются на два типа:

- Эмульсионный детектор
- Электронные детекторы.

Эмульсионный детектор используется для точного восстановления частиц, электронные детекторы служат для идентификации частиц с длинным пробегом (в частности, мюонов и адронов) и указанием на область эмульсионного детектора, в котором произошло нейтринное взаимодействие.

2.3.1 Эмульсионный детектор

Как уже было сказано, основным детектором OPERA является эмульсионный детектор. Он использует технологию ECC — эмульсия, рассредоточенная в пространстве, чтобы давать объемную картину событий. В OPERA идея ECC реализуется в виде *ячеек* – последовательного расположения пластины свинца толщиной в 1 см и эмульсионной плоскости. Эмульсионные плоскости представляют собой пластиковую основу (толщиной 200 мкм), с нанесенными нанее с двух сторон слоями фотоэмульсии, толщиной 45 мкм каждый. Таким образом толщина эмульсионной плоскости равна 290 мкм

OPERA Brick

Элементарной единицей детектора является *кирпич* (OPERA Brick) — объект размером 10.2 см×12.7 см в поперечнике, состоящий из 56 ячеек. Продольная толщина кирпича $\sim$ 7.5 см, его масса равна 8.3 кг. Численные характеристики кирпича продублированы в табл. 2.2.

Отличительной чертой эксперимента является то, что каждый кирпич, в котором произошло взаимодействие, извлекается из детектора, разбирается, сканируется и анализируется, в то время как остальные продолжают набор данных. Для такого режима работы очень важно точно определять кирпич, в котором произошло нейтринное взаимодействие — ведь извлечение каждого кирпича означает уменьшение массы детектора. Поэтому для дополнительной проверки к кирпичу с одной стороны добавляется еще одна, эмульсионная плоскость (т. н. Changeable Sheet, CS), которую отсканировать не разбирая детектор. Если CS содержит в эмульсии микротреки, оставленные заряженными частицами, то кирпич разбирают и сканируют. Если нет — значит электронные детекторы ошиблись, и CS заменяют на новую пластину и возвращают кирпич на его место в детектор.

Размеры кирпича являются некоторым компромиссом между двумя противоречивыми желаниями экспериментаторов.

Первое — чтобы извлечение одного кирпича незначительно уменьшало массу детектора — то есть чем размеры одного кирпича меньше, тем лучше. Тем более этим облегчается нагрузка на автоматику, совершающую установку, извлечение и транспортировку кирпичей.

Второе — чтобы размеры одного кирпича были достаточно большими, по сравнению с погрешностями в определении вершины электронными детекторами — то есть от

Кирпич	
Поперечные размеры	10.2 см ×12.7 см
Продольные размеры	7.5 см
Масса свинца	7.9 кг
Масса эмульсии	0.4 кг
Площадь эмульсии	0.75 м^2
Плоскости	
Количество плоскостей	56
Толщина свинца	1000 мкм
Толщина эмульсии	45 мкм
Толщина пластика	200 мкм

Таблица 2.2: Характеристики кирпича и плоскостей

размеров напрямую зависит эффективность поиска кирпича, в котором произошло взаимодействие. То есть в этом отношении чем размеры больше, тем лучше. Кроме того от размеров кирпича сильно зависят *краевые эффекты* — когда вершина взаимодействия находится на краю кирпича, эффективность реконструкции резко снижается, поскольку часть треков не видны. В этом случае может понадобится сканировать и соседний кирпич, что нежелательно.

Модули и супермодули

Стена, составленная из 3264 кирпичей и следующие за ней две плоскости электронных детекторов образуют *модуль*. Его поперечные размеры составляют порядка 671 см в высоту и 675 см длину. Продольные размеры (толщина) — 12 см.

Поперечные размеры модуля, в основном, продиктованы соображениями наиболее эффективного использования места в подземном помещении. Радиус пучка нейтрино составляет в этом месте примерно 800 м, поэтому не влияет на определение размеров. Однако эффективность электронных детекторов зависит от их поперечной площади, поэтому оптимальными выбраны размеры детектора порядка 6-7 метров. 24 последовательно расположенных модуля образуют *супермодуль*. Продольные размеры супермодуля равны 290 см. Таким образом, супермодуль объединяет 78336 кирпичей, общая масса свинца в нем 623 тонны. Характеристики модуля и супермодуля отражены в табл. 2.3

Детектор OPERA состоит из трех супермодулей, то есть суммарная масса свинца в детекторе составит около 1900 тонн, то есть почти 2 килотонны.

2.3.2 Электронные детекторы

Target Tracker

Электронные детекторы, расположенные в каждом модуле за стеной кирпичей, называются Target Tracker. Они служат для определения направления заряженных продуктов нейтринного взаимодействия, и для восстановления положения первичной вершины по этим направлениям.

Супермодуль	
Ширина	671 см
Высота	675 см
Длина	290 см
Модулей	24
Кирпичей	78336
Масса свинца	623 тонны
Масса эмульсии	29 тонн
Площадь эмульсии	~ 59000 м^2
Модуль	
Толщина модуля	12 см
Кирпичей в модуле	3264
Масса свинца	26 тонн
Масса эмульсии	29 тонн
Площадь эмульсии	~ 2500 м^2

Таблица 2.3: Характеристики модуля и супермодуля

Поскольку от этих детекторов требуется лишь указать в каком кирпиче произошло взаимодействие, нет необходимости в высоком пространственном разрешении, однако нужно покрыть большие площади. Опыт эксперимента MINOS [**?**] показал, что для таких случаев удобно использовать пластический сцинтиллятор. Детекторы в модуле представляют собой две квадратных плоскости со стороной ~ 6.7 метров, состоящие из 256 сцинтилляторных полос каждая. Полосы в первой и второй плоскостях расположены перпендикулярно, таким образом одна плоскость измеряет X, а другая Y координату прилетевшей частицы (ось Z направлена по пучку).

Основные характеристики сцинтилляторных плоскостей:

- Размеры полос: 2.6 см в ширину и 1 см в толщину. Симуляция показала [16], что более мелкие размеры полос не приводят к значительному улучшению эффективности нахождения вершины взаимодействия.

- Калибровка детектора проиводится с помощью космических лучей, радиоактивных источников и мюонов, рожденных нейтринными взаимодействиями в камне, окружающем лабораторию.

Мюонные спектрометры

Мюонные спектрометры, как следует из названия, измеряют энергию и заряд мюонов. Для этого они снабжены магнитом, создающим в спектрометре магнитное, и системой прецизионных датчиков (пространственное разрешение $\sim 0.3 - 0.5$ мм), регистрирующих трек частицы. По направлению отклонения частицы судят о ее заряде, по кривизне траектории — о энергии.

Определение заряда мюона важно для идентификации $\bar{\nu}_\mu$ событий и распадов очарованных частиц.

Продольные размеры мюонных спектрометров: 8.75 метров в ширину 8 метров в высоту.

2.4 Ожидаемое число событий

Исходя из свойств пучка (табл. 2.1) и массы мишени, в детекторе OPERA за пять лет приема данных ожидается около 32000 нейтринных взаимодействий — суммарно по всем типам нейтрино, присутствующих в пучке.

Эта оценка сделана с учетом того, что при каждом взаимодействии масса мишени уменьшается на один кирпич.

Для параметров осцилляции, полученных в эксперименте Super-Kamiokande ожидается около 240 ν_τ событий. Таким образом, чтобы зарегистрировать нейтринные осцилляции, необходимо хорошее подавление фона при физическом анализе, то есть разделение ν_μ и $\nu_\tau\, CC$ событий.

Глава 3

Анализ событий в эксперименте

3.1 Схема анализа

Попробуем проследить полную цепочку анализа в эксперименте от показаний в детекторе до ограничений на параметры осцилляции.

Для анализа эмульсии в разделе 3.2 используются изображения эмульсии, экспонированной в пучке пионов и аналогичной используемой в OPERA.

В разделе 3.3 описаны инструменты и программные средства, использованные для физического анализа событий.

3.1.1 Задачи анализа события

Целью анализа является поиск ν_τ взаимодействий в свинце.

Единственным указанием на аромат нейтрино в этом взаимодействии может служить рожденный в вершине взаимодействия лептон (e,μ или τ).

Продукты нейтринного взаимодействия проходят через слои фотоэмульсии, в которых заряженные частицы оставляют следы. Далее эти заряженные частицы регистрируются в электронных детекторах, которые в результате указывают на кирпич, в котором произошло взаимодействие. Этот кирпич извлекают из детектора, разбирают и сканируют фотоэмульсионные слои. Полученные изображения обрабатываются для того чтобы отделить гранулы, оставленные заряженными частицами от шума в эмульсии. Этот процесс описан в разделе 3.2.

С помощью ECC детектора мы можем восстанавливать треки этих лептонов и их продуктов распада. Поскольку длины их распада равны соответственно $ct_\mu = 658$м, $ct_\tau = 87$мкм [15], то, очевидно, трек тау будет отличаться от трека мюона тем, что на некотором расстоянии будет распадаться $\tau \to x\nu_\tau$. Типичные топологии этих событий показаны на рис. 3.1.

Таким образом, судить о наличии распада τ-лептона (а значит и детектировании ν_τ) можно по излому (т. н. *kink*) одного из треков, выходящих из первичной вершины.

Такой анализ возможен только в случае, когда найден трек τ, то есть, когда τ-лептон до своего распада прошел хотя бы одну эмульсионную пластину. Такие распады, в соответствии с терминологией, принятой в [16], называются *длинными* (*long decays*). Если тау распался в том же слое свинца, где и родился, то распад называют *коротким* (*short decays*).

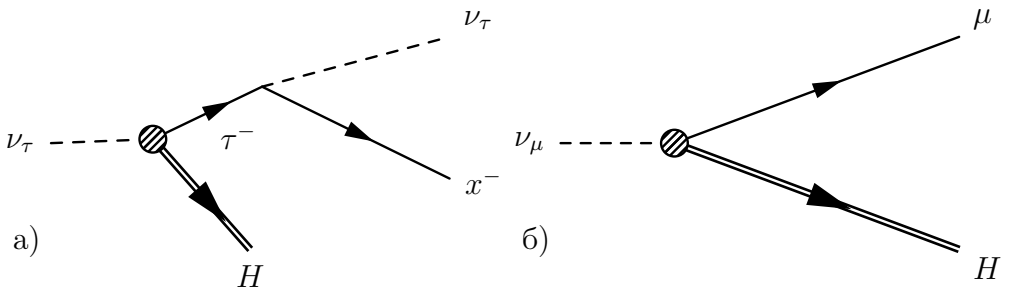

Рис. 3.1: Топологии *а)* ν_τ и *б)* ν_μ событий

В случае короткого распада мы видим только дочерний трек x от распада тау и треки адронов H, рожденных в первичном взаимодействии. В этом случае можно судить о распаде τ-лептона по прицельному параметру дочернего трека относительно вершины взаимодействия.

Существует три основных канала распада τ – электронный, мюонный и адронный, которым соответствуют вероятности, приведенные в таблице

Канал распада	$\tau \to e$	$\tau \to \mu$	$\tau \to h$
Γ_i/Γ_{tot}	17.8%	17.7%	49.9%

При анализе события можно различать эти каналы анализируя треки дочерних частиц.

Различные каналы имеют различные фоновые события и, следовательно, требуют разных методов анализа.

В разделе 3.4 будет проведен анализ канала распада $\tau \to \mu$.

3.1.2 Стратегия поиска событий

Пусть электронными детекторами зарегистрировано $\mathcal{N}^0 = \mathcal{N}^0_s + \mathcal{N}^0_b$ нейтринных событий.

Поиск ν_τ событий предполагает детектирование нейтринного события и его анализ по различным критериям с целью максимально возможного подавления фона с минимальной потерей сигнала.

Анализ событий на каждом этапе характеризуется эффективностями ε для сигнала и для фона. Эффективность определяется как доля событий, прошедших данный этап.

Схема анализа событий:

1. Поиск кирпича, в котором произошло взаимодействие по данным электронных детекторов
2. Сканирование эмульсии, построение base-треков
3. Реконструкция треков
4. Рекострукция первичной вершины взаимодействия
5. Определение канала распада τ
6. Кинематический анализ и отбор
7. Поиск трека τ в эмульсии.

(a) Трек найден: *длинный* распад, отбор ко углу кинка.

(b) Трек не найден: *короткий* распад, отбор по прицельному параметру.

Эффективности для этапа 3 исследованы в главе 3.3.

После всех отборов остаются $\mathcal{N} = \mathcal{N}_s + \mathcal{N}_b$ событий, где $\mathcal{N}_s = \varepsilon_s \cdot \mathcal{N}_s^0, \quad \mathcal{N}_b = \varepsilon_b \cdot \mathcal{N}_b^0$ соответственно конечный уровень сигнала и фона, которые определяют *чувствительность* эксперимента к параметрам осцилляций. Процедура построения чувствительности описана в разделе 3.5.

3.2 Обработка изображений

3.2.1 Цели обработки

Основной задачей обработки изображений фотоэмульсии является определение пространственного положения зерен, оставленных прошедшими через эмульсию заряженными частицами.

Обрабатываемый кирпич разбирают и сканируют пластины фотоэмульсии. Для этого используются автоматические сканирующие станции, которые сканируют последовательно каждый слой эмульсии, толщиной в 45 мкм, при 16 различных фокусных расстояниях. Таким образом получается для каждого слоя 16 изображений, соответствующих как бы срезам эмульсии на различной глубине (рис. 3.2).

Таким образом можно достичь точности определения глубины каждого зерна порядка $\delta z \approx 2.8$ мкм. В результате мы получаем трехмерную картину слоя эмульсии, по которой можно восстановить микротреки прошедших через нее заряженных частиц. В конечном счете качество обработки изображения будет оцениваться именно по тому, насколько хорошо восстанавливаются эти микротреки.

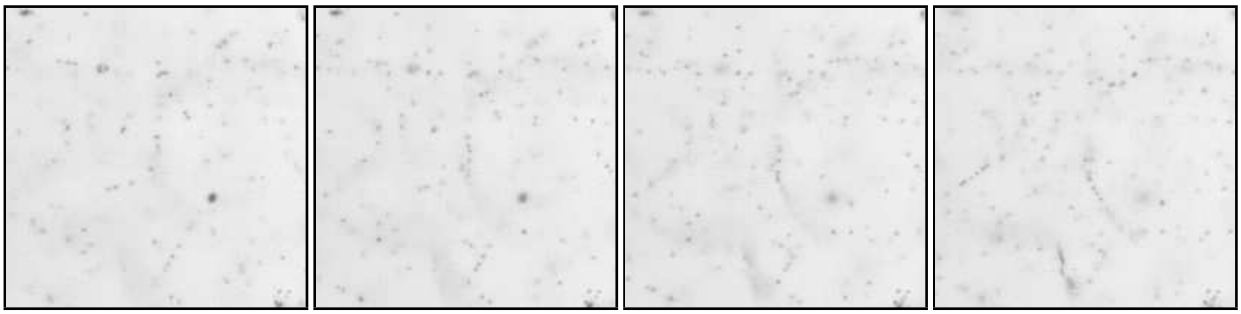

Рис. 3.2: Изображения участка эмульсии на различных глубинах

При сканировании эмульсия подсвечивается снизу и сканируется в проходящем свете. Поэтому зерна в эмульсии видны как темные точки (пятна) на светлом фоне.

Чтобы выделить эти пятна из общего фона можно поставить на цветовую интенсивность каждой точки изображения, и рассматривать только те учаски, где интенсивность меньше пороговой, то есть темнее заданного уровня. Эта процедура называется бинаризацией изображения.

Выбор порога зависит от интенсивности фона — бинаризация должна отсекать весь фон, оставляя при этом максимальное количество сигнала.

После бинаризации соседние точки объединяются в кластеры, которые и соответствуют зернам.

Основные источники неэффективности обработки:

- Неоднородность фона — неравномерная яркость фотоэмульсии — приводит к тому, что невозможно установить порог, полностью отрезающий фон и пропускающий сигнал.
- Шум сканирующей аппаратуры — проявляется в виде отдельных черных пикселей, то есть по размеру гораздо меньше искомых зерен.
- Размытые зерна „не в фокусе“ — дают области потемнения, по размеру большие искомых зерен, более светлые.

Эти проблемы можно рещать двумя способами - прямой обработкой и фильтрацией. Мы рассмотрим оба подхода.

3.2.2 Прямая обработка

Прямая обработка предусматривает:

- Выпрямление неоднородности фона вычитанием его предполагаемой формы — до бинаризации.
- После бинаризации и поиска кластеров — отбор по размеру и интенсивности кластеров.

Неоднородность фона

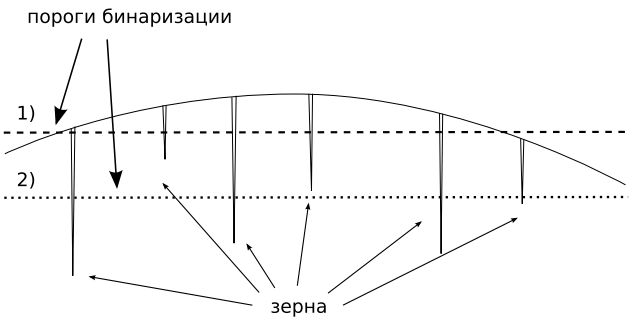

Рис. 3.3: Неоднородность фона при бинаризации.

Если фон неоднороден, эффективность бинаризации значительно падает. Действительно, если, как изображено на рис. 3.3, выбрать порог 1, чтобы не потерять сигнал, то мы получим также области, где уровень фона ниже порога. Если же мы возьмем порог 2, так чтобы отсечь весь фон, то потеряем и часть сигнала.

Если известна форма неоднородности фона, то ее можно вычесть из исходной картинки и, таким образом „выпрямить“ фон.

В нашем случае неоднородность фона вызвана тем, что при сканировании эмульсии она снизу освещается лампой, что дает в результате максимум яркости в центре и спадание по краям сканируемой области. Яркость освещения можно приближенно считать квадратичной функцией от координат:

$$F(x, y) = \frac{(x - x_0)^2}{a} + \frac{(y - y_0)^2}{b} + c$$

Фитируя исходное изображение этой функцией можно найти ее параметры. На рисунке 3.4 слева показано изображение фотоэмульсии с неоднородным фоном (соотетствие яркости цветам показано на шкале). Пунктирные линии изображают изолинии фитирующей функции.

Справа на этом рисунке показан результат вычитания этой функции из основного изображения. Как мы видим, теперь фон вполне плоский.

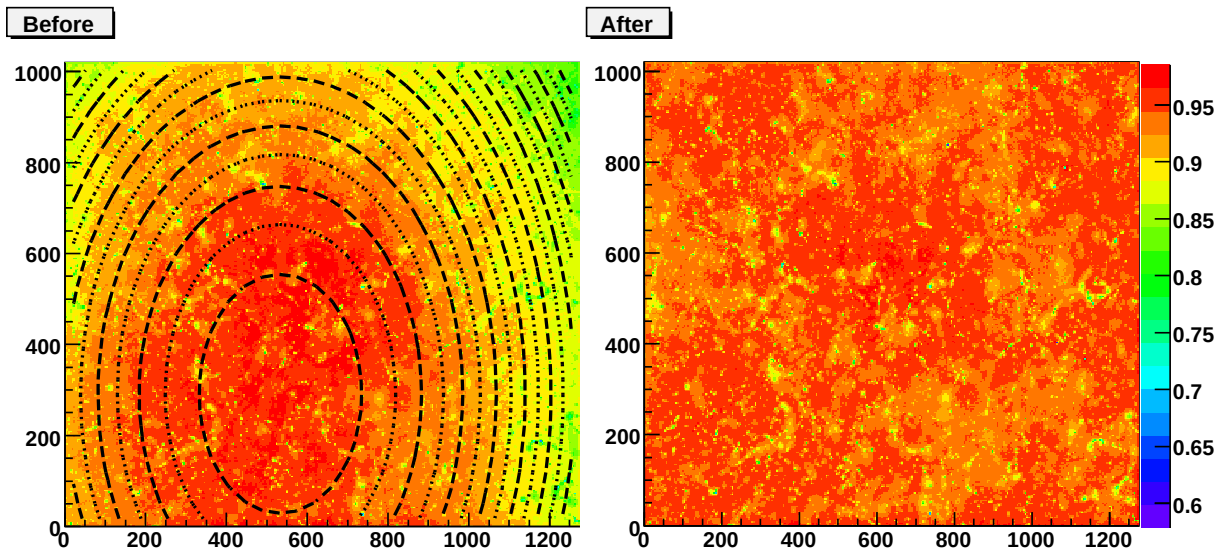

Рис. 3.4: Вычитание неоднородности фона

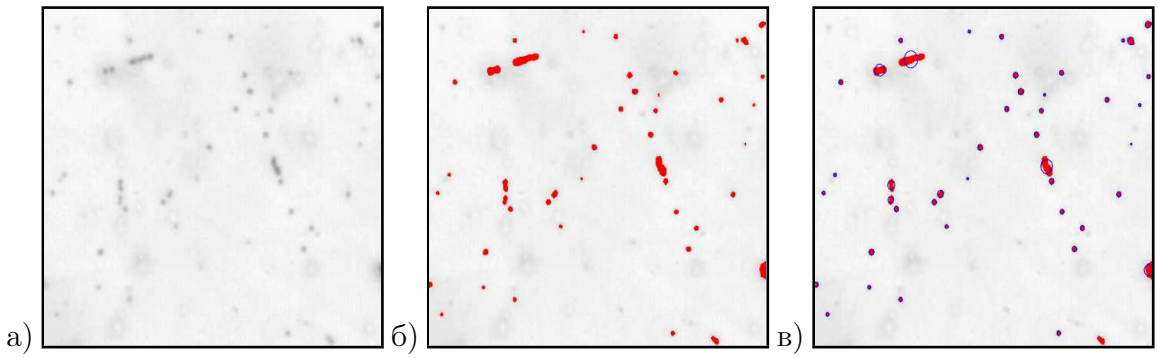

Рис. 3.5: а) Исходное изображение б) бинаризация и в) кластеризация изображения

Бинаризация и кластеризация

На рисунке 3.5 а), б), в) изображен обрабатываемый участок эмульсии — в исходном виде, после применения порога и после поиска кластеров соответственно. Кластеры обозначены кружками с радиусами, соответствующими размеру кластера.

Результат не очень удовлетворительный, поскольку, к примеру, структуры из нескольких зерен расположенных рядом сливаются в один кластер и, таким образом, в результате отбора по размеру кластера будут потеряны.

Разделить их можно в данном случае только понижением пороговой яркости, однако тогда будут потеряны другие зерна.

3.2.3 Фильтрация

Постановка задачи

Другой способ подавить фон заключается в применении к изображению фильтров.

Цель нашей фильтрации — усилить структуры с определенными размерами R_0 (характерный размер зерна) и подавить структуры, чьи размеры отличаются от R_0.

Будем характеризовать изображение функцией $F(x, y) = F(\vec{r})$, определяющей яркость каждой точки. Для простоты будем считать эту функцию непрерывной.

- Зерно в точке $\vec{r}_0$ и размером R_0 мы будем описывать функцией $S(\vec{r}-\vec{r}_0)$, которую можно в некотором приближением считать гауссианом:

$$S(\vec{r}-\vec{r}_0) = \mathcal{G}_{R_0}(\vec{r}-\vec{r}_0) \equiv \exp\left(-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_0)^2}{2R_0^2}\right) \tag{3.1}$$

  (Функция $\mathcal{G}$ — ненормированный Гаусс, его максимум в $r = 0$ равен 1).

- Фоновые структуры можем также считать гауссовыми $B(\vec{r}-\vec{r}_0) = \mathcal{G}_R(\vec{r}-\vec{r}_0)$ — для размытых зерен $R > R_0$, для шумов аппаратуры, соответственно $R < R_0$.

Функцию F в этих терминах представим линейной суперпозицией сигнальных и фоновых структур:

$$F(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{n} C_s^i S(\vec{r}-\vec{r}_i) + \sum_{j=0}^{m} C_b^j B(\vec{r}-\vec{r}_j). \tag{3.2}$$

Коэффиценты C_s^i и C_b^j определяют интенсивности фоновых и сигнальных структур соответственно. Нас интересует интегральное преобразование

$$F'(\vec{r}) = \hat{A}_{R_0} F(\vec{r}) = \int F(\vec{r'}) K_{R_0}(\vec{r}-\vec{r'})\,\mathrm{d}\vec{r'}\,. \tag{3.3}$$

действие которого на некоторый гауссиан $\mathcal{G}'_R = \hat{A}_{R_0}\mathcal{G}_R$ обладало бы тем свойством, что его максимум по $\vec{r}$ при $R = R_0$ имел наибольшее значение. Это требование позволит нам потом поставить порог бинаризации, который выделял бы нам только нужные сигнальные события.

Кроме того нам хочется, чтобы ядро преобразования (3.3) было изотропным, то есть зависело только от r^2. Это обеспечит то, что преобразование будет сохранять угловую зависимость функции, что необходимо для анализа функции F.

Таким образом мы ищем ядро $K_{R_0}(\vec{r})$ преобразования (3.3), соответствуюшего оператору $\hat{A}_{R_0}$ для которого удовлетворяется

1. Условие максимума при $R = R_0$:

$$\left.\frac{\partial m(R)}{\partial R}\right|_{R=R_0} = 0; \qquad m(R) = \max\left(\hat{A}_{R_0}\mathcal{G}_R\right) \tag{3.4}$$

2. Условие изотропности

$$K(\vec{r}) = K(r^2). \tag{3.5}$$

Рассмотрим несколько частных примеров функций $K_{R_0}(\vec{r})$, удовлетворяющих этим условиям.

Поскольку мы работаем с гауссианами, то удобно брать функции, построенные из гауссианов.

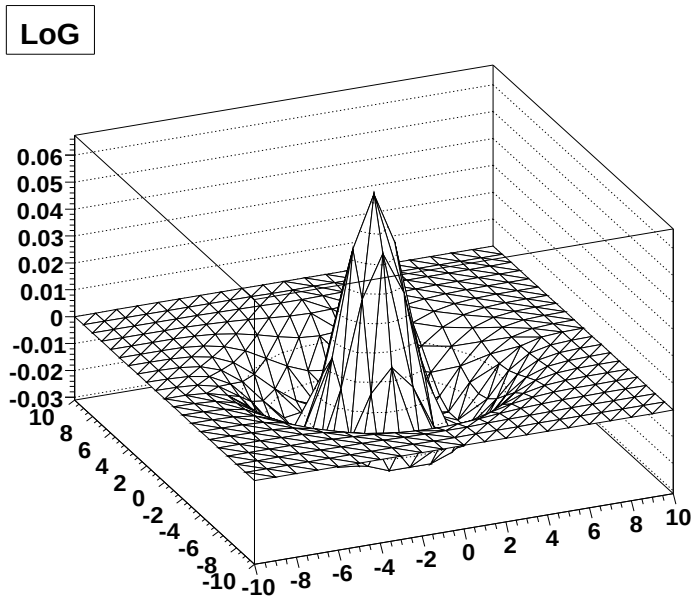

Рис. 3.6: Функция LoG — лапласиан гаусса

LoG функция

- Функция LoG (рис. 3.6) — лапласиан гаусса — в наших определениях запишется как
$$\mathrm{LoG}_{\rho^2}(\vec{r}) \equiv -\frac{1}{2\pi\rho^2}\vec{\nabla}^2\mathcal{G}_\rho(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi\rho^6}(2\rho^2 - r^2)\exp\left(-\frac{r^2}{2\rho^2}\right) \tag{3.6}$$
- Она имеет максимум при $r = 0$, равный $\mathrm{LoG}_{\rho^2}(0) = 1/\pi\rho^4$.
- Ее свертка с $\mathcal{G}_R(\vec{r})$ дает
$$\mathrm{LoG}_{\rho^2} * \mathcal{G}_R = 2\pi R^2 \frac{r^2 - 2(R^2+\rho^2)}{(R^2+\rho^2)^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2(R^2+\rho^2)}\right) \equiv 2\pi R^2 \cdot \mathrm{LoG}_{\rho^2+R^2} \tag{3.7}$$
- Соответственно максимум
$$m(R) = \frac{2R^2}{(R^2+\rho^2)^2} \tag{3.8}$$
- Отсюда наилучшее пропускание гауссианов с $R^2 = \rho^2$. Для этого размера
$$m_0 = m(\rho) = \frac{1}{2\rho^2}$$

Из-за характерной формы LoG функцию называют также „мексиканской шляпой“.

Эта функция часто используется в цифровой обработке изображений для задач поиска границ, поскольку свертка с ней представляет собой последовательное применение свертки с Гауссом (размытие и сглаживание мелкомасштабных шумов) и лапласиана (выделение резких перепадов интенсивности).

Очевидно что функция (3.6) удовлетворяет условиям (3.4) и (3.5), поэтому можно взять $K_{R_0}(\vec{r}) = LoG_{R_0}(\vec{r})/m_0$.

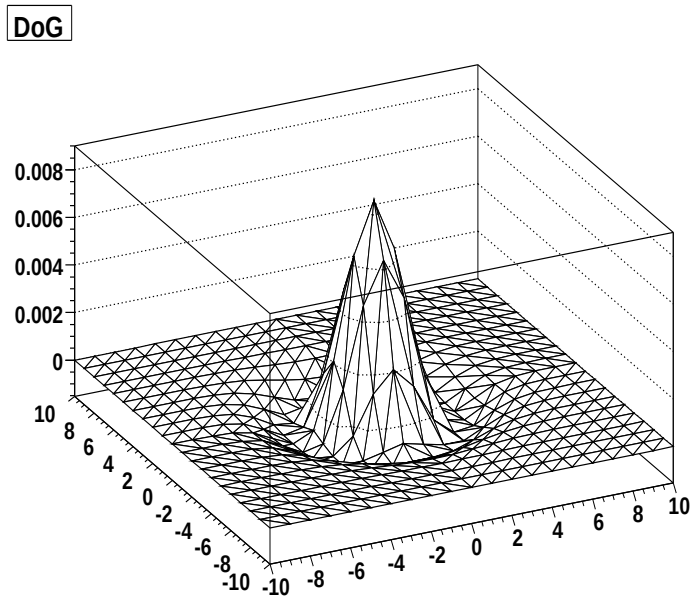

Рис. 3.7: Функция DoG — разность гауссов

DoG функция

- Функция DoG (рис. 3.7) — разность нормированных гауссов с радиусами R_1 и R_2, причем $R_2 > R_1$. В наших определениях:

$$\mathrm{DoG}_{R_1}^{R_2}(\vec{r}) \equiv \frac{1}{2\pi R_1^2}\mathcal{G}_{R_1}(\vec{r}) - \frac{1}{2\pi R_2^2}\mathcal{G}_{R_2}(\vec{r}) \tag{3.9}$$

- Она имеет максимум при $r = 0$, равный

$$\mathrm{DoG}_{\rho^2}(0) = \pi\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}.$$

- Ее свертка с $\mathcal{G}_R(\vec{r})$ дает

$$\mathrm{DoG}_{R_1}^{R_2} * \mathcal{G}_R = \left(1 + \frac{R^2}{R_1^2}\right) e^{-\frac{r^2}{2(R_1^2+R^2)}} - \left(1 + \frac{R^2}{R_2^2}\right) e^{-\frac{r^2}{2(R_2^2+R^2)}} \tag{3.10}$$

- Эта функция также имеет максимум при $r = 0$, равный

$$m(R) = \frac{R^2(R_2^2 - R_1^2)}{(R_1^2 + R^2)(R_2^2 + R^2)} \tag{3.11}$$

- Отсюда наилучшее пропускание гауссианов с $R^2 = R_1 R_2$. Для этого радиуса

$$m_0 = m(\sqrt{R_1 R_2}) = \frac{R_2^2 - R_1^2}{R_2^2 + R_1^2}$$

Функция DoG применяется в обработке изображений наряду с функцией LoG, иногда служит ее заменителем.

Итак, функция (3.6) также удовлетворяет условиям (3.4) и (3.5), поэтому можно взять $K_{R_0}(\vec{r}) = \mathrm{DoG}_{R_0/\xi}^{R_0\xi}(\vec{r}), \quad \xi > 1$.

Чистота отбора

Исходная функция 3.2, описывающая наше изображение имела $n + m$ структур, амплитуда яркости каждой из которых равна соответствующему коэффиценту C_i. Если применить бинаризацию на этом этапе, останутся только те структуры, для которых $C_i < X$.

Пусть изначально амплитуды структур в основном распределены в некоторых пределах:

$$C_i^s \in [C_{min}^s; C_{max}^s],$$
$$C_i^b \in [C_{min}^b; C_{max}^b]$$

Если эти интервалы пересекаются (как и есть на практике), то единственная возможность разделения сигнала и фона их по амплитудам — фильтрация.

После фильтрации яркость в минимуме каждой из этих структур изменится в $m(R)$ раз, то есть условие отбора структуры станет $C_i' = C_i \cdot m(R_i) < X$. Если характерный размер фоновых структур R_b, то для хорошего разделения сигнала и фона нужно

$$C_{max}^b m(R_b) < X < C_{min}^s m(R_0)$$

Таким образом чистота отбора (количество сигнальных структур, прошедших отбор к полному числу прошедших) определяется распределениями амплитуд C_i и видом функции $m(R)$. Чем мысрее она спадает к $R = R_b$ тем чище будет отбор.

Результаты фильтрации

На рисунке 3.8 показаны результаты фильтрации DoG функцией и поиска кластеров. Как мы видим, результат уже лучше изображенного на рис. 3.5 — соседние гранулы частично разделились.

Скорее всего, выбор более оптимальных параметров фильтрующего ядра позволит получить лучшие результаты.

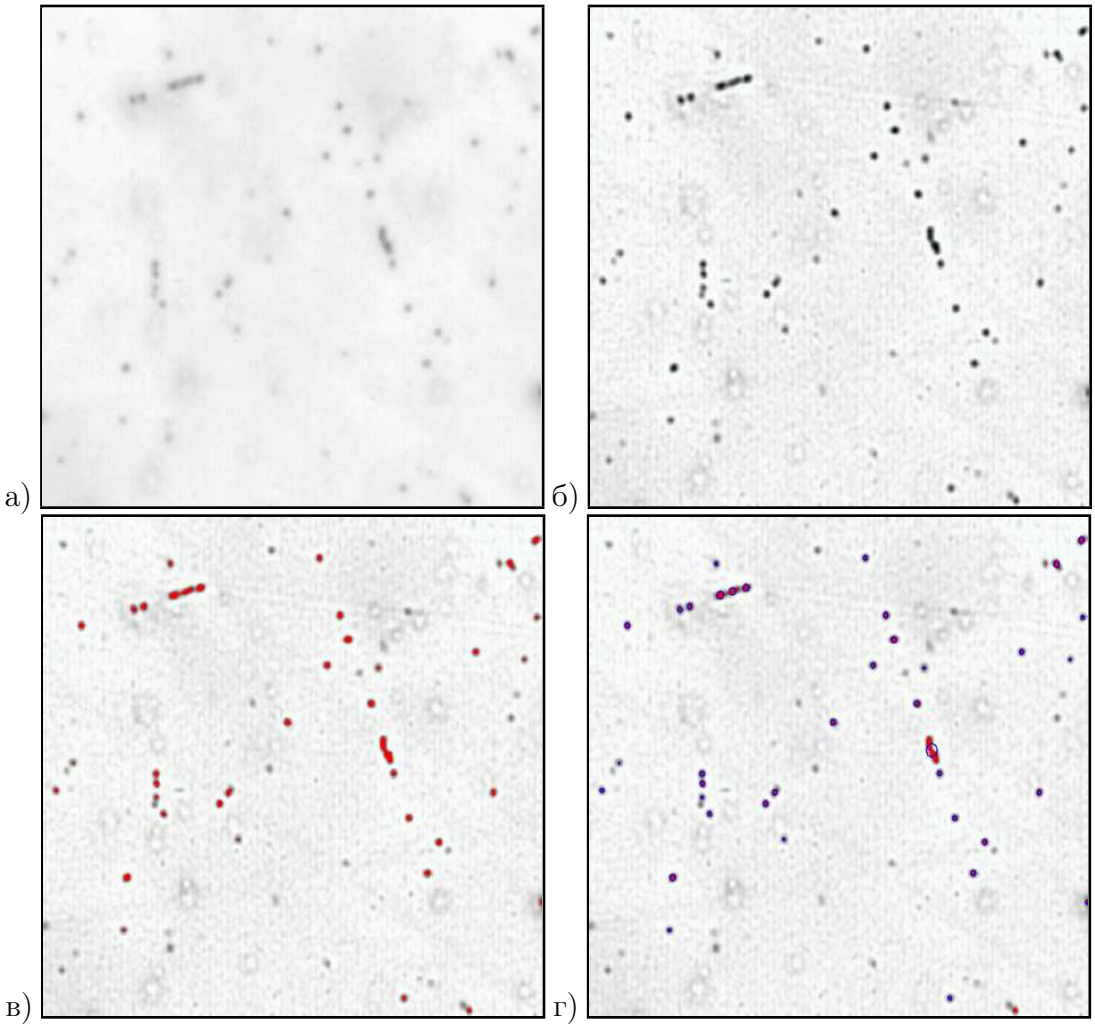

Рис. 3.8: а)Исходное изображение, б)фильтрация, в)бинаризация, г)кластеризация

3.3 Монте-Карло симуляция и реконструкция треков

3.3.1 Схема реконструкции треков

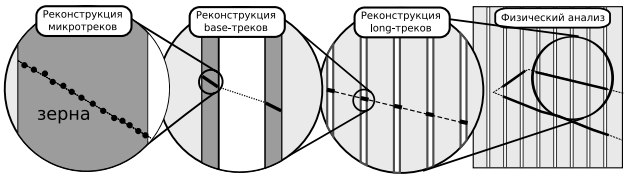

Рис. 3.9: Реконструкция треков

После сканирования эмульсии данные должны пройти несколько этапов реконструкции, для того чтобы служить входные данные для физического анализа. Соответственно, на каждом этапе данные будут представлять из себя набор определенных объектов (см. рис. 3.9:

- **Изображения** — отсканированная эмульсия, которая подвергается обработке, описанной в разделе 3.2 с целью реконструкции положения *зерен*.
- **Зерна** — отмечают путь частицы в эмульсии. По ним восстанавливается *микротрек* частицы.
- **Микротрек** — трек частицы в одном слое эмульсии, то есть по одну сторону пластиковой базы. Поскольку при проявке толщина эмульсии (а значит и направление микротрека) искажается, то, соединяя микротреки с разных сторон базы, строят *base-трек*
- **base-трек**(или *сегмент*) — трек частицы в базе, является основным объектом, на основе которого производится реконструкция *long-треков*
- **long-трек** — соответствует траектории частицы в кирпиче и используется непосредственно для физического анализа.

Этапы реконструкции вплоть до восстановления микротреков предполагается производить on-line, то есть автоматически при сканировании эмульсии. Последующие этапы реконструкции будут проводится off-line.

Каждый из этапов реконструкции будет иметь свою эффективность и, в конечном счете, влиять на число сигнальных и фоновых событий зарегистрированных в эксперименте.

Исследование эффективностей реконструкции с помощью Монте-Карло симуляции позволит рассматривать и сравнивать алгоритмы реконструкции с разными параметрами, или основанные на разных методах.

3.3.2 Симуляция событий

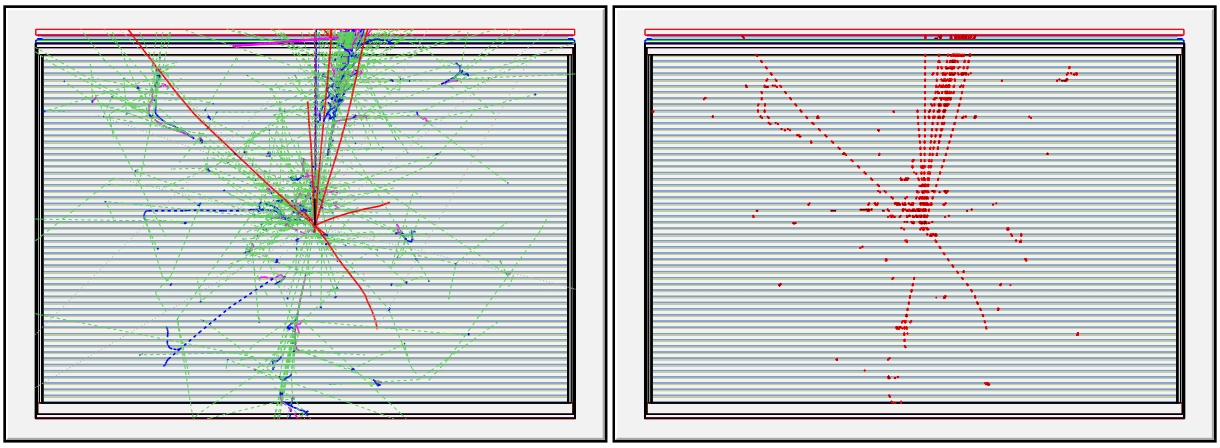

Рис. 3.10: Симулированная вершина ν_τ взаимодействия

Для исследования алгоритмов и критериев физического анализа в эксперименте была использована програма ECC VMC, осуществляющая Монте-Карло моделирование нейтринных событий в кирпиче OPERA. Существует возможность как генерации нейтринных взаимодействий в свинце кирпича, так и симуляции прохождения отдельных частиц с определенными параметрами через детектор.

Детектор задается в соответствии Симуляция состоит из трех этапов:

1. **Генерация первичной вершины нейтринного взаимодействия** — доступны различные типы взаимодействий (CC: глуюоконеупругое и квазиупругое, NC глубоконеупругое) и различные типы нейтрино. Используется официальный генератор вершин OPERA NEG-N.

   На выходе этого этапа мы получаем частицы, родившиеся в первичной вершине, и их параметры.

2. **Симуляция распространения частиц**, рожденных в вершине, сквозь детектор. Для этого этапа используется пакет GEANT4 [20], использующий геометрию и свойства материалов детектора, а также данные о взаимодействии частиц для Монте-Карло моделирования распространения каждой частицы.

   На выходе этого этапа — треки частиц, пролетевших через детектор.

3. **Симуляция следов в эмульсии** — на уровне base-треков. То есть там, где заряженная частицы проходят через базу, создаются сегменты. Такое приближение опускает этапы реконструкции микротреков и base-треков.

   На выходе — набор сегментов.

На рис.3.10 изображено смоделированное событие $\nu_\tau\, CC$ в виде треков частиц (слева) и набора сегментов (справа).

3.3.3 Реконструкция

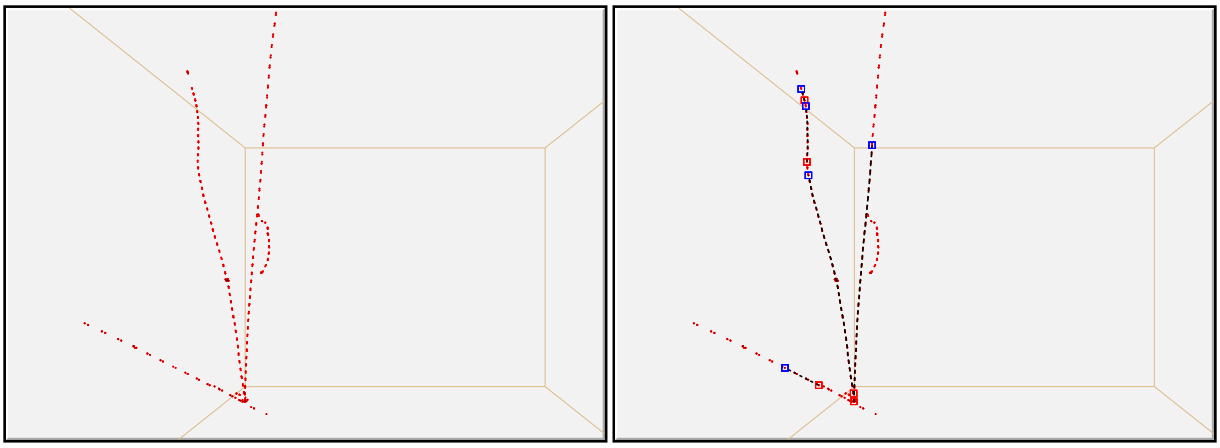

Рис. 3.11: Реконструкция треков нейтринного события

Реконструкция long-треков частиц на основе сгенерированных сегментов производится с помощью программы FEDRA[21].

Возможности программы:

1. Анализ изображений эмульсии
2. Реконструкция микротреков из зерен
3. Поиск первичной вершины
4. Позиционирование слоев эмульсии друг относительно друга (alignment)
5. Реконструкция треков из сегментов

Мы использовали для анализа последнюю опцию. Алгоритм реконструкции основан на фильтре Кальмана и зависит от ряда параметров:

- Ожидаемый импульс частицы — p
- Минимальное число сегментов, которые составляют трек — n
- Максимальная разница тангенсов углов соседних сегментов в треке — $\delta \operatorname{tg} \theta$
- Максимальная поперечная сдвижка соседних сегментов в треке — δx

Величины разброса в положении и ориентации сегментов задаются на уровне ожидаемых погрешностей сканирования. Таким образом на входе программы — сегменты и параметры алгоритма, на выходе — long-треки.

Фактически треки, реконструированные в FEDRA состоят не из исходных сегментов, а из отфитированных.

На рис. 3.11 изображены симулированная вершина в виде набора хитов (слева) и результат реконструкции (справа).

3.3.4 Эффективности реконструкции

Сравнивая реконструированные long-треки с симулированными треками, можно получить эффективность реконструкции и, что важно, получить ее зависимость от свойств трека и от параметров реконструкции.

Для этого анализа использовались два определения эффективности, которые вычисляются следующим образом. Пусть рассматриваемый симулированный трек породил n_{sim} сегментов. После реконструкции эти сегменты входят в состав нескольких реконструированных треков, число сегментов из n_{sim}, входящих в состав k-го реконструированного трека обозначим n_k. Эффективности в этих терминах определяются как:

Эффективность 1: $\varepsilon_1 = \max\limits_k(n_k)/n_{sim}$ — определяет максимальную долю симулированных сегментов, восстановленных как один трек.

Эффективность 2: $\varepsilon_2 = \sum\limits_k(n_k)/n_{sim}$ — определяет долю сегментов, вошедших в реконструированные треки.

Рассмотрим зависимость этих эффективностей от $\delta\,\mathrm{tg}(\theta)$. Очевидно, поскольку этот параметр определяет порог на образование трека из сегментов, можно ожидать что с ростом этого параметра, эффективности будут стремиться к единице.

В то же время это ухудшит качество фита, что будет выражаться в росте χ^2. На рис. 3.12 приведены графики зависимости эффективностей и χ^2 (для симулированных и фитированных сегментов) реконструкции мюона от $\delta\,\mathrm{tg}(\theta)$.

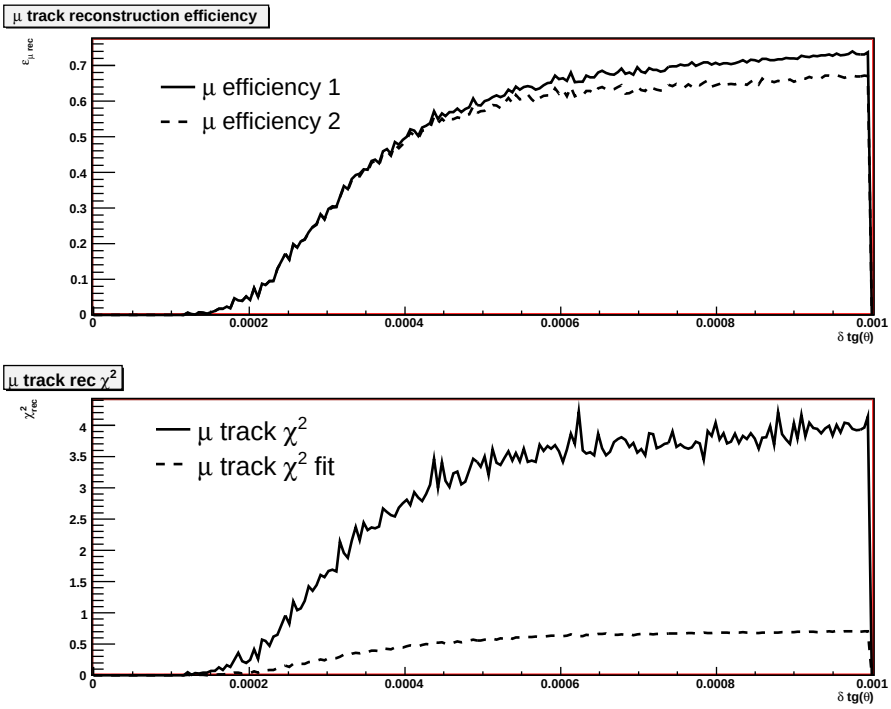

Рис. 3.12: Зависимость эффектриностей (вверху) и χ^2(внизу) реконструкции мюонного трека от $\delta\,\mathrm{tg}(\theta)$

3.4 Канал распада $\tau \to \mu$

3.4.1 Особенности канала

Рассмотрим физический анализ событий для распада $\tau \to \mu$. Он представляет собой наиболее простой для изучения процесс, поскольку трек мюона, в силу слабого рассеяния, удается хорошо реконструировать.

Из числа $\mathcal{N}_\tau$ имеющихся $\nu_\tau CC$ взаимодействий число таких событий составляет

$$\mathcal{N}_s = \varepsilon_0 \cdot (\Gamma_{\tau\to\mu}/\Gamma_\tau) \cdot \varepsilon_{\mu\, find} \cdot \mathcal{N}_\tau$$

Основной фон для этого канала составляют ν_μ CC события, которые дают мюон, выходящий из первичной вершины. Из числа $\mathcal{N}_\mu$ взаимодейтсвий $\nu_\mu CC$ фон для данного канала составят

$$\mathcal{N}_b = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{\mu\, find} \cdot N_\mu$$

Кроме этого, возможным источником фона является мюонный распад очарованных частиц, рожденных в процессе

$$\nu_\mu + n \to \mu^- + C^+$$

Эти частицы будут иметь длину пробега сравнимую с длиной τ, однако положительный заряд, и, таким образом, будут распадаться на μ^+. А так как в электронных детекторах есть возможность измерения заряда частицы, то 94% (эффективность определения заряда) таких событий могут быть отброшены. В итоге [16] ожидаемый фон от очарованных частиц в этом канале составляет около 1.4 события на $10^6 \nu_\mu CC$.

В то же время в других каналах распада ($\tau \to e$, $\tau \to h$) мюонов не ожидается. Поэтому для этих каналов фон будут составлять только те $\nu_\mu CC$ события, в которых мюон, рожденный в первичной вершине не реконструирован, то есть

$$\mathcal{N}_{CC}^{e,h} = \varepsilon_0 \cdot (1 - \varepsilon_{\mu\, find}) \cdot \mathcal{N} \lesssim 15\% N.$$

Таким образом, разделение событий $\tau \to \mu + X$ и $\nu_\mu \to \mu + X$ определяет эффективность подавления большей части фона в эксперименте.

Рассмотрим отдельно анализ длинных и коротких распадов $\tau \to \mu$.

Событие относят к длинным распадам, когда в одном из треков присутствует излом — в этом случае производится отбор по углу этого излома, чтобы подавить фон от перерассеяния мюонов. В противном случае событие относят к коротким распадам.

Для спектра ν_τ, рассчитанного с учетом вероятности осцилляций, ожидается, что около 56% распадов τ будут короткими и, соответственно, около 44% длинными. Распределение по длине распада τ приведено на рис. 3.13.

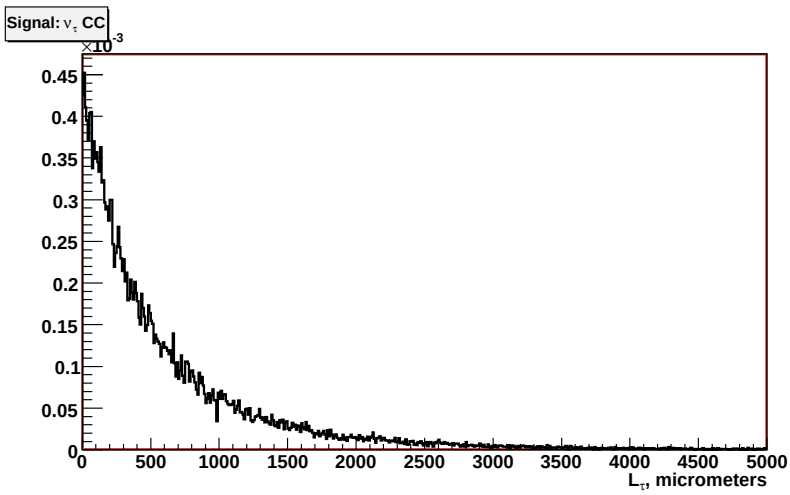

Рис. 3.13: Распределение по длине распада τ

3.4.2 Анализ по углу кинка

Угол кинка определяется как угол между направлениями сегментов, составляющих излом (рис. 3.14). На рисунке 3.15 приведено распределение по углу кинка в градусах, полученное в результате Монте-Карло моделирования $\nu_\tau CC$ взаимодействий с мюонным распадом τ.

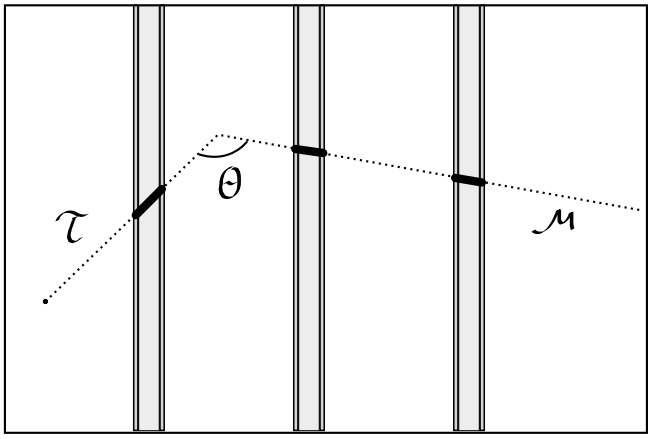

Рис. 3.14: Определение излома трека

Очевидно, что вероятность иметь излом с углом θ в треке мюона, то есть в фоновом событии, определяется микрорассеянием мюона. Фактически эта вероятность равна вероятности мюона при прохождении 1 миллиметра свинца отклониться на этот угол θ.

Считая микрорассеяние углов малым, можно считать эту вероятность гауссовой и характеризовать „фальшивый кинк“ шириной гауссова распределения $\delta\theta_{\mu\,scat}$. Ширина рассеяния пропорциональна корню из расстояния, пройденного частицей.

Ситуация дополнительно ухудшается погрешностями измерения углов. Попробуем оценить погрешность определения угла кинка, считая погрешности измерения углов

гауссовыми и независимыми друг от друга.

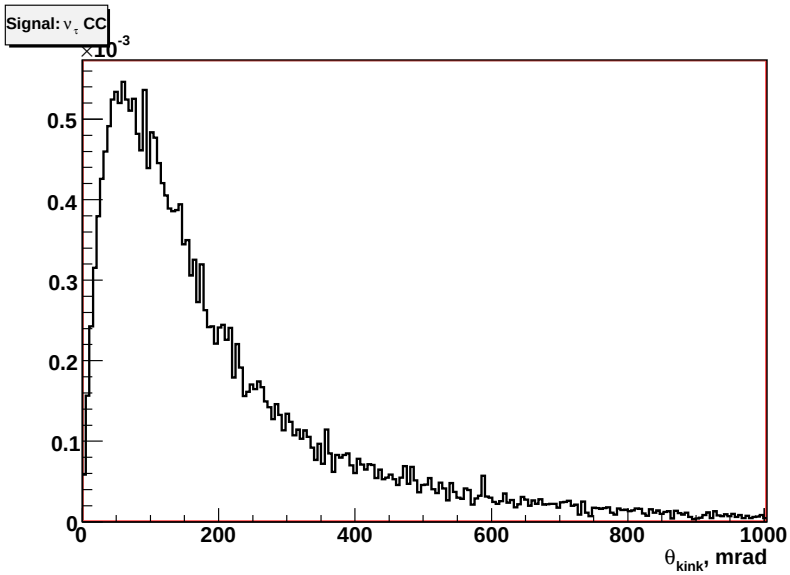

Рис. 3.15: Распределение по углу кинка для $\tau \to \mu$

Если погрешность определения угла каждого сегмента равна $\delta\theta_i$, то погрешность угла кинка равна

$$\delta\theta_{kink} = \sqrt{(\delta\theta_1)^2 + (\delta\theta_2)^2}.$$

Погрешности определения угла имеют несколько источников:

- Микрорассеяние мюона от точки распада до попадания в эмульсию. Поскольку в среднем длинный распад τ будет происходить по середине свинцовой пластины, то эту погрешность можно взять равной $\delta\theta_{\mu\,scat}/\sqrt{2}$. Микрорассеянием тау можно пренебречь.

- Погрешности эмульсии — реконструкция микротреков: $\delta\theta_{em}$.

Суммарная погрешность для сигнального события

$$\delta\theta_{\tau\,kink} = \sqrt{2(\delta\theta_{em})^2 + (\delta\theta_{\mu\,scat})^2/2} \tag{3.12}$$

Для фонового события

$$\delta\theta_{\mu\,kink} = \sqrt{2(\delta\theta_{em})^2 + (\delta\theta_{\mu\,scat})^2} \tag{3.13}$$

На рисунке 3.16 изображены распределения Монте-Карло моделированных сигнальных и фоновых событий с учетом микрорассеяния.

В зависимости от погрешностей, которые в итоге определяют ширины распределений для фона и сигнала, можно выбрать некоторое пороговое значение θ_0, для которого при отборе событий по критерию $\theta_{kink} > \theta_0$ сохраняется наилучшее соотношение сигнал/фон.

Согласно [16] наилучший результат дает порог $\theta_0 = 20\,mrad$.

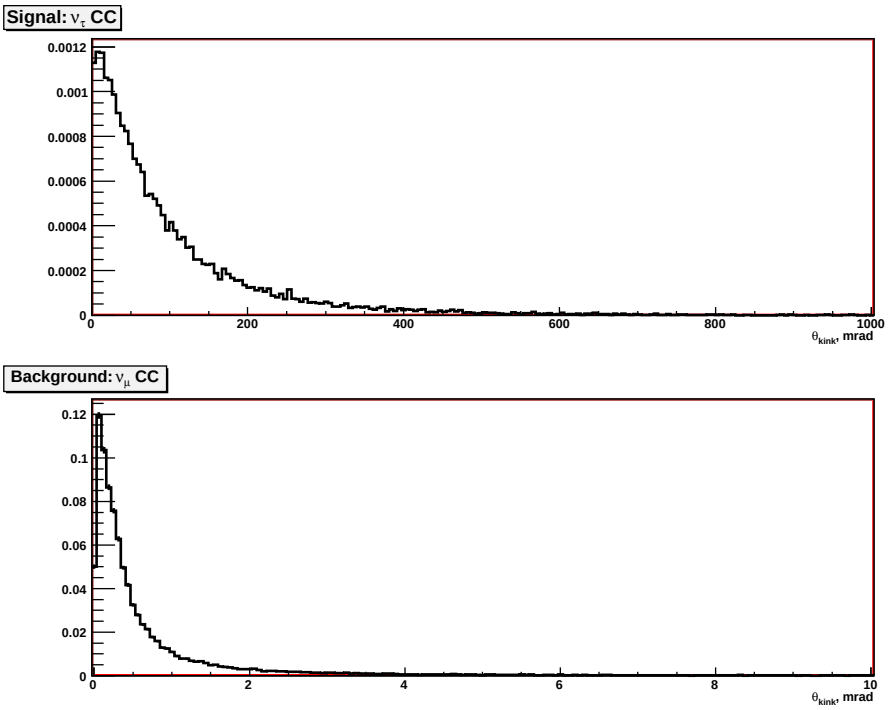

Рис. 3.16: Распределение по углу кинка для сигнала (вверху) и фона(внизу) с учетом микрорассеяния

3.4.3 Кинематический анализ

Для подавления фона используется дополнительный отбор событий по кинематическим параметрам. В рассматриваемом канале можно произвести разделение сигнальных и фоновых событий пользуясь тем, что

- Мюоны от распада тау имеют как правило меньшую энергию, чем мюоны от ν_μ взаимодействий (рис. 1.3). Это позволяет отбросить часть фоновых событий, поставив ограничение на энергию мюона $E_\mu < 15$ ГэВ.

- Для последующего анализа — по кинку либо по прицельному параметру — наибольший вклад в фоновые события вносят низкоэнергетические мюоны. Такие мюоны плохо реконструируются, что повышает вероятность обнаружения фальшивого трека от τ. Для их подавления можно поставить ограничение на энергию мюона $E_\mu > 1$ ГэВ

- Для длинных распадов могут давать вклад мюоны, траектории которых имеют излом из-за микрорассеяния в свинце. Такой излом может идентифицироваться как кинк от распада тау. Для подавления таких событий используется то, что мюон при микрорассеянии не может приобрести большой поперечный импульс. Поэтому ставится условие $p_t > 250$ Мэв/c.

Благодаря этим критериям (особенно последнему) удается подавить фон для длинных распадов тау до порядка $10^{-6} N_\mu$

3.4.4 Анализ по прицельному параметру

Для коротких распадов, однако, успешно подавить фон не удается, поскольку для него существует вклад мюонов и с меньшим рассеянием. В [16] короткие мюонные распады вообще не рассматриваются из-за большого уровня фона. Рассмотрим подробнее методы отделения сигнальных событий от фоновых на примере мюонных распадов. В анализе участвуют как короткие, так и длинные события. Для этого анализа, как и для других, используются данные Монте-Карло моделирования.

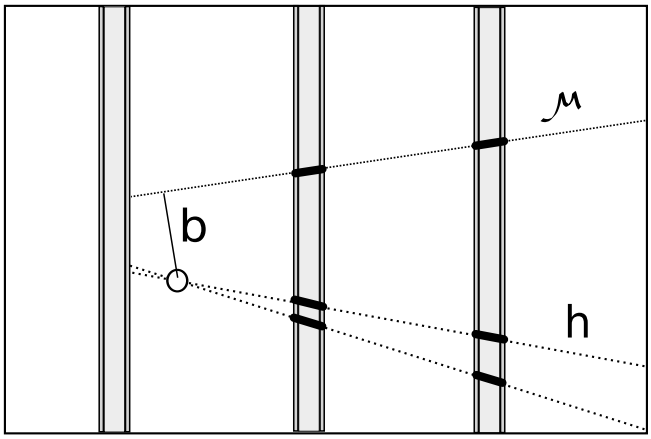

Рис. 3.17: Определение прицельного параметра

Определение прицельного параметра

Пусть известно, что частица в точке $\vec{L}$ на расстоянии $L = |\vec{L}|$ от первичной вершины движется в направлении $\vec{P}$. Определим $\cos\theta = (\vec{L} \cdot \vec{P})/(|L||P|)$. Тогда прицельный параметр можно определить как

$$b = L \cdot \sin\theta = \sqrt{L^2 - (\vec{L} \cdot \vec{P})^2/P^2} \tag{3.14}$$

Направление частицы мы можем определить из направления ближайшего к вершине base-трека (сегмента), либо как некоторое среднее направление его сегментов.

Для Монте-Карло моделирования мы можем сравнивать измеренное значение прицельного параметра с его истинным значением b_0, вычисленном в точке рождения мюона по формуле (3.14), то есть если мюон рождается от распада τ, то его прицельный параметр

$$b_0 = \lambda_\tau \cdot \sin\theta_{\tau,\mu},$$

где λ_τ — длинна распада тау-лептона, $\theta_{\tau,\mu}$ — угол между треками τ и μ. Распределение ν_τ событий по прицельному параметру b_0 показано на рис. 3.18

Соответственно, если мюон был рожден в первичной вершине $\nu_\mu CC$ события, то для него $b_0 \equiv 0$.

Погрешности

Измеренный прицельный параметр b может отличаться от истинного в силу:

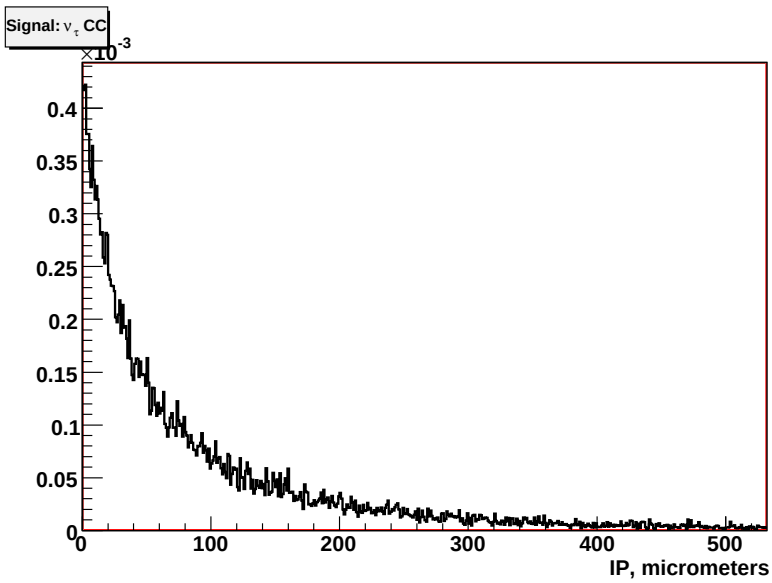

Рис. 3.18: Распределение $\tau \to \mu$ по истинному прицельному параметру мюона

1. Искривления трека мюона из-за многократного рассеяния, что приводит к разнице, между направлениями трека в точке рождения μ и в фотоэмульсии — $\delta\theta_{\mu\, scat}$.

2. Погрешности эмульсии — погрешности сканирования и построения микротреков — $\delta\theta_{em}$.

3. Погрешность определения положения вершины. — δL_{vert}.

Таким образом погрешность

$$\delta b = L\delta\theta + \delta L \sin\theta \tag{3.15}$$

Вообще говоря, эти погрешности зависят от энергии мюона, от расстояния L и угла θ а также от используемых алгоритмов. В данной работе мы не учитываем погрешность 3, поскольку методы локализации вершины еще предстоит изучить.

Погрешности определения прицельного параметра показаны на рисунке 3.19. На рис. 3.20 изображены распределения по прицельному параметру с учетом микрорассеяния.

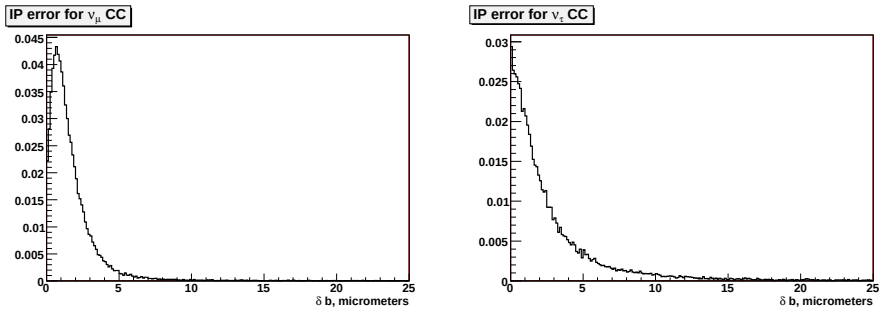

Рис. 3.19: Погрешности определения прицельного параметра для ν_μ и ν_τ CC событий

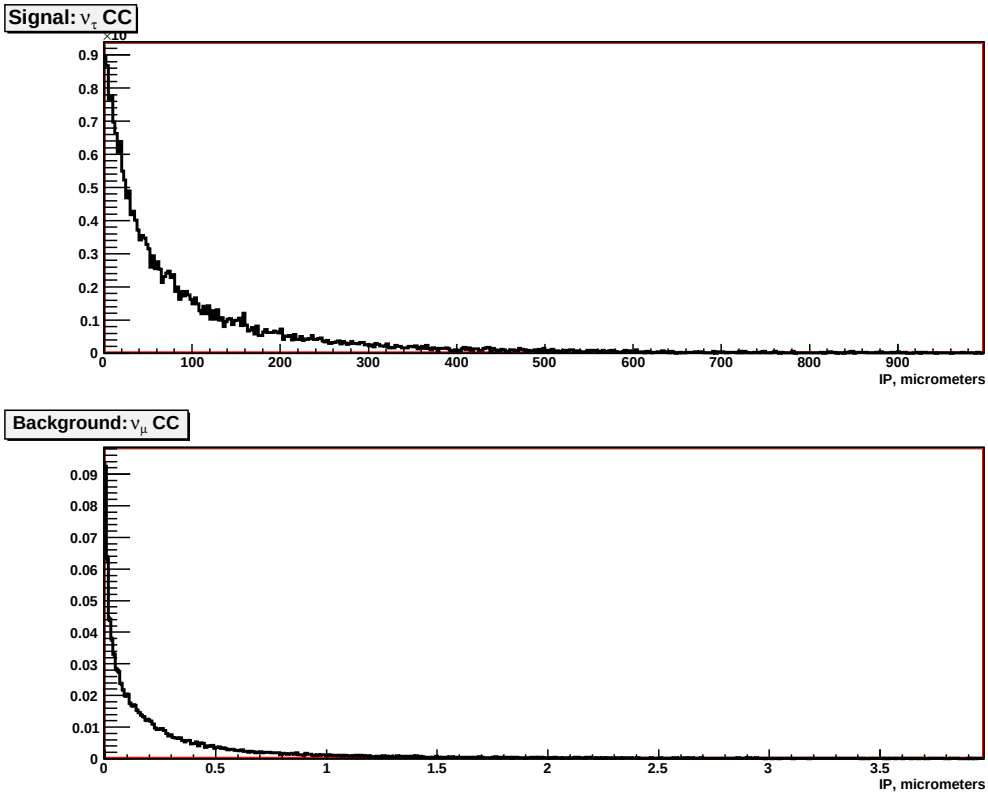

Рис. 3.20: Прицельный параметр для ν_μ и ν_τ CC событий с учетом микрорассеяния

Функция правдоподобия

Для отделения сигнальных событий от фоновых введем функцию правдоподобия как логарифм отношения функции распределения сигнала к функции распределения фона.

$$\mathscr{L}(b) = \log \frac{S(b)}{B(b)} = \log S(b) - \log B(b); \tag{3.16}$$

Функции $S(b)$ и $B(b)$ предполагаются непрерывными и ассимптотически стремящимися к 0 при $b \to \infty$. Эти функции определяются при помощи фитирования гистограмм на рис. 3.20.

При помощи функции (3.16) можно характеризовать вероятность принадлежности события с прицельным параметром b к сигналу или фону. Действительно, по построению функция $\mathscr{L}(b)$ будет максимальна для тех b где преобладает сигнал и напротив, будет минимальна там где преобладает фон.

Таким образом, поставив некоторый порог X и отбирая события, для которых $\mathscr{L}(b) > X$, мы сможем эффективно подавлять фон и пропускать сигнал.

Положение порога можно определять из условия, чтобы при этом пороге было максимальным соотношение синал/фон.

Это проделано для нашего распределения по прицельному параметру для двух случаев:

1. для исходного спектра

	1) Без предв. отбора	2) С предв. отбором
X_{cut}	2.79007	2.16634
b, мкм.	$b \gtrsim 4,6$	$b \gtrsim 11$
ε_s	80.0568%	62.543%
ε_b	5.13179%	2.5339%
$\mathcal{N}_s$	38.9845	30.4559
$\mathcal{N}_b$	1642.17	810.848

Таблица 3.1: Результаты отбора по функции правдоподобия

2. с предварительным кинематическим отбором, описанным выше.

Результаты представлены на рисунках — функция правдоподобия $\mathscr{L}$, отношение сигнал/шум в зависимости от порога, подавление спектров шума и сигнала при оптимальни пороге. В таблице 3.1 приведены результаты вычисления оптимальных порогов для обоих случаев: положение порога, какой области b соответствует этот порог, с какими эффективностями подавляет фон и сигнал, число событий после отбора, нормированное на 32000 $\nu_\mu CC$ взаимодействий.

Из таблицы очевидно, что подавление только по прицельному параметру не достаточно, поскольку, несмотря на хороший уровень подавления фона, сигнала все же существенно меньше, поскольку рассматривается только один канал сигнала. Поэтому при данном состоянии анализа приходится не рассматривать короткие распады $\tau \to \mu$.

Возможное улучшение этого отбора состоит в том, чтобы построить функцию правдоподобия, зависящую от нескольких параметров.

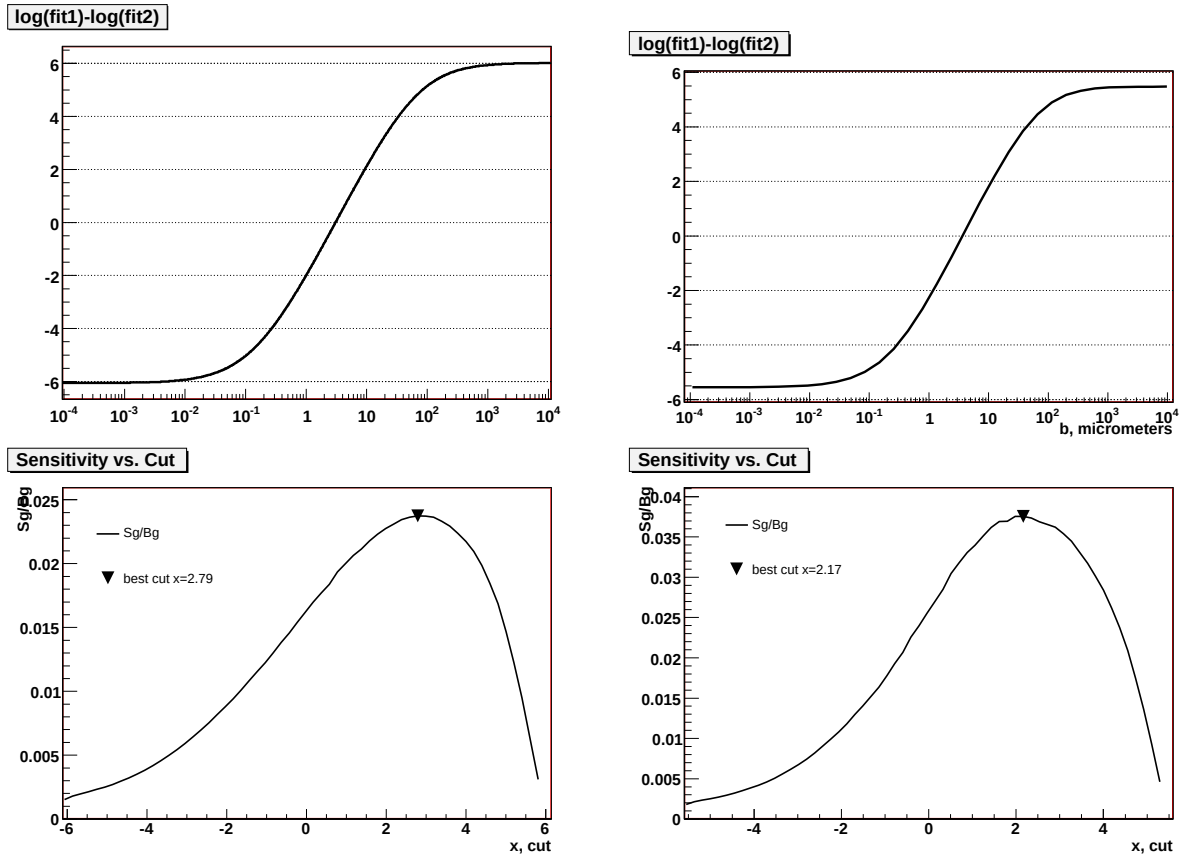

Рис. 3.21: Анализ событий без кинематического отбора (слева), с кинематическим отбором (справа) — функции правдоподобия (верх) и отношение сигнал/шум при выборе порога (низ)

3.5 Чувствительность эксперимента

3.5.1 Оценки на физические параметры

Конечным результатом эксперимента должны стать ограничения на параметры осцилляций, вычисленные на основе измеренного числа событий $N = N_s + N_b$ и ожидаемого среднего числа фоновых событий N_b.

Исходя из этих данных мы можем построить доверительные интервалы для среднего уровня сигнальных событий N_s. Методы построения доверительных интервалов изложены в приложении А. С помощью метода Фельдмана-Казинса, реализованного в программе, мы получаем интервал $N_s \in [N_0, N_1]$, соответствующий выбранному уровню достоверности.

Поскольку нам известен спектр $\Phi(E)$ исходного пучка мюонных нейтрино, то нетрудно определить число фоновых и сигнальных взаимодействий:

$$N_\tau = \int \Phi(E) \cdot P_{\mu\to\tau}(E) \cdot \sigma_{\tau\,CC}(E)\ \mathrm{d}E \tag{3.17}$$

$$N_\mu = \int \Phi(E) \cdot P_{\mu\to\mu}(E) \cdot \sigma_{\mu\,CC}(E)\ \mathrm{d}E \tag{3.18}$$

где $\sigma_{\tau\,CC}(E)$ и $\sigma_{\mu\,CC}(E)$ являются соответственно сечениями процессов

$$\nu_\tau + n \to \tau^- + X;$$
$$\nu_\mu + n \to \mu^- + X.$$

Часто удобно бывает нормировать все количества событий на число N_μ нейтринных событий. Это можно сделать вводя нормированный поток

$$\overline{\Phi_\mu}(E) = N_\mu^{-1}\Phi(E)P_{\mu\to\mu}(E)\sigma_{\mu\,CC}(E); \qquad \int \overline{\Phi_\mu}(E)\ \mathrm{d}E\ \equiv 1.$$

Отсюда

$$\Phi(E) = N_\mu \cdot \frac{\overline{\Phi_\mu}(E)}{P_{\mu\to\mu}(E)\sigma_{\mu\,CC}(E)},$$

тогда (3.17) будет определяться через N_μ и $\overline{\Phi_\mu}(E)$ как:

$$N_\tau = N_\mu \cdot \int \frac{\overline{\Phi_\mu}(E)P_{\mu\to\tau}(E)\sigma_{\tau\,CC}(E)}{P_{\mu\to\mu}(E)\sigma_{\mu\,CC}(E)}\ \mathrm{d}E \tag{3.19}$$

В результате анализа и отбора событий, из $N_\tau + N_\mu$ событий у нас останутся

$$N_s = \varepsilon_s \cdot \int \Phi(E) \cdot P_{\mu\to\tau}(E) \cdot \sigma_{\tau\,CC}(E)\ \mathrm{d}E$$
$$N_b = \varepsilon_b \cdot \int \Phi(E) \cdot P_{\mu\to\mu}(E) \cdot \sigma_{\mu\,CC}(E)\ \mathrm{d}E$$

Вероятность выживания мюонного нейтрино $P_{\mu\to\mu} = 1 - P_{\mu\to e} - P_{\mu\to\tau}$. В нашем эксперименте вероятность наблюдать $\mu \leftrightarrow e$ осцилляции пренебрежима мала, поэтому можно считать

$$N_b = \varepsilon_b \int \Phi(E) \cdot \sigma_{\mu\,CC}(E)\ \mathrm{d}E\ - \varepsilon_b \int \Phi(E) \cdot P_{\mu\to\tau}(E) \cdot \sigma_{\mu\,CC}(E)\ \mathrm{d}E$$

Поскольку при хорошем анализе $\varepsilon_b \ll \varepsilon_s$, то вторым слагаемым можно пренебречь по сравнению с N_s. Таким образом мы пренебрегаем зависимостью уровня фона от параметров осцилляций.

Для ускорительных экспериментов можно воспользоваться упрощенной формулой вероятности осцилляций, пренебрегая малой Δm^2_{12}, $\sin^2\theta_{13}$, фазой CP нарушения и эффектами материи:

$$P_{\mu\to\tau}(E) = \sin^2 2\theta_{23} \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{23} L}{4E}\right) \tag{3.20}$$

Таким образом мы получаем уровень сигнала как функцию от параметров осцилляции:

$$N_s(\sin^2 2\theta_{23}, \Delta m^2_{23}) = \varepsilon_s \sin^2 2\theta_{23} \int \Phi(E)\sigma_{\tau CC}(E) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{23} L}{4E}\right) \mathrm{d}E \tag{3.21}$$

В результате, выделив области на плоскости $(\sin^2 2\theta_{23}, \Delta m^2_{23})$, для которых удовлетворяется $N_s(\sin^2 2\theta_{23}, \Delta m^2_{23}) \in [N_0, N_1]$ мы получим области значений параметров осцилляции для заданного уровня достоверности.

3.5.2 Уровень сигнала в OPERA

В таблице 3.2 приведены ожидаемые количества сигнальных и фоновых событий для разных каналов за 5 лет набора данных. Предполагается полное смешивание нейтрино, то есть $\sin^2 2\theta_{23} = 1$, выбранные значения Δm^2_{23} соответствуют нижнему, среднему (наиболее вероятному) и верхнему значениям для уровня достоверности $CL = 90\%$ для результатов эксперимента Super-Kamiokande [19].

Канал	$\Delta m^2_{23} = 1.5 \times 10^{-3} eV$	$\Delta m^2_{23} = 3.2 \times 10^{-3} eV$	$\Delta m^2_{23} = 5.0 \times 10^{-3} eV$	Фон
$\tau \to e$	$1,7$	$7,7$	$18,5$	$0,19$
$\tau \to \mu$	$1,3$	$5,7$	$13,8$	$0,13$
$\tau \to h$	$1,1$	$4,9$	$11,8$	$0,25$
Всего	$4,1$	$18,3$	$44,1$	$0,57$

Таблица 3.2: Ожидаемое число событий и фона для пяти лет набора данных

Зная эти данные а также спектр $\nu_\mu CC$ событий (рис. 3.22) и сечения ν_μ и $\nu_\tau CC$ [17, 18] событий можно построить функцию $N_s(\sin^2 2\theta_{23}, \Delta m^2_{23})$. Вид ее приведен на рисунке 3.23.

Рассмотрим на основе этой зависимости какие ограничения на параметры осцилляций будут получены, если будет зарегистрирован сигнал для точки $\sin^2 2\theta_{23} = 1,\ \Delta m^2_{23} = 3.2 \times 10^{-3}\ eV^2$, указанной Super-Kamiokande.

Было выполнено построение областей параметров осцилляций, соответствующих $CL = 90\%, 99\%$. Результат приведен на рисунке 3.24

3.5.3 Чувствительность эксперимента

Область чувствительности эксперимента определяется как область, которую эксперимент *запрещает*, если не наблюдает ничего, кроме фона.

Для болльшей точности для построения чувствительности имитируется множество измерений $\mathcal{N}$, распределенных по Пуассону со средним $< \mathcal{N} >= \mathcal{N}_b$. Для каждого измерения определяется верхний предел, а результатом является среднее арифметическое

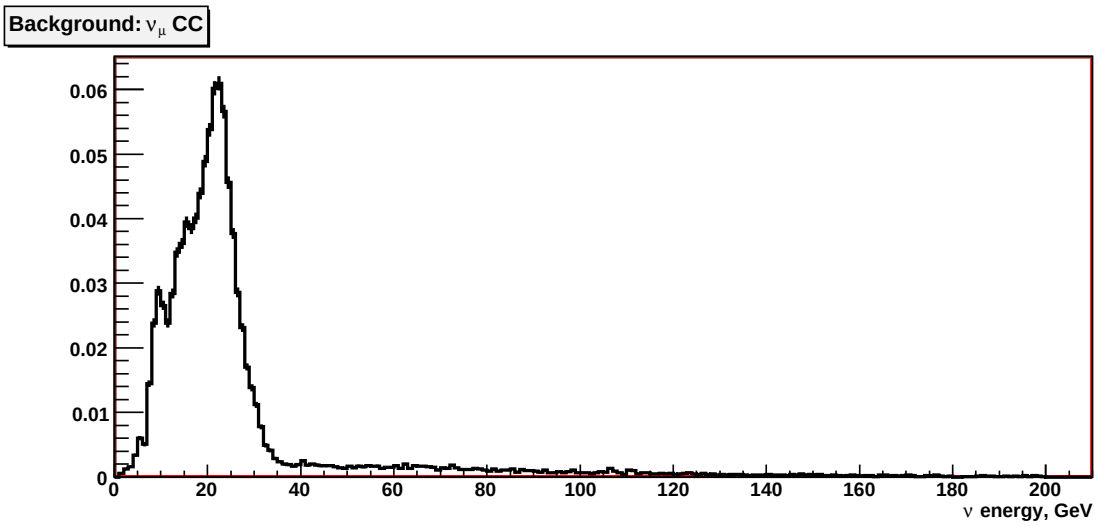

Рис. 3.22: Спектр $\nu_\mu CC$ событий

от верхних пределов этого множества измерений. Соответственно обстью чувствительности будет являться область с N_s выше этого предела.

Область чувствительности для эксперимента OPERA представлена на рисунке 3.25 — это область справа от кривой. Как мы видим, она включает в себя область параметров Super-Kamiokande.

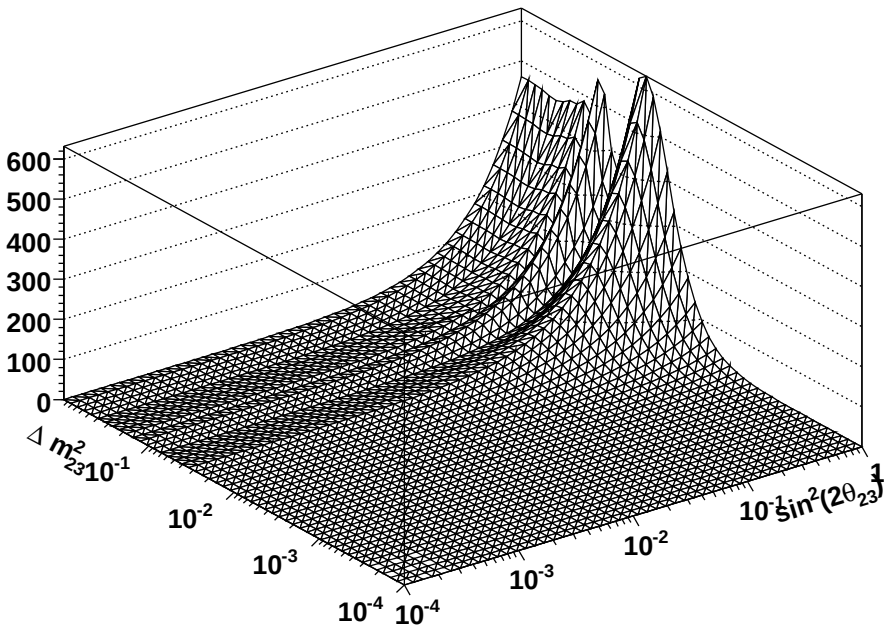

Рис. 3.23: Зависимость числа сигнальных событий от параметров осцилляций

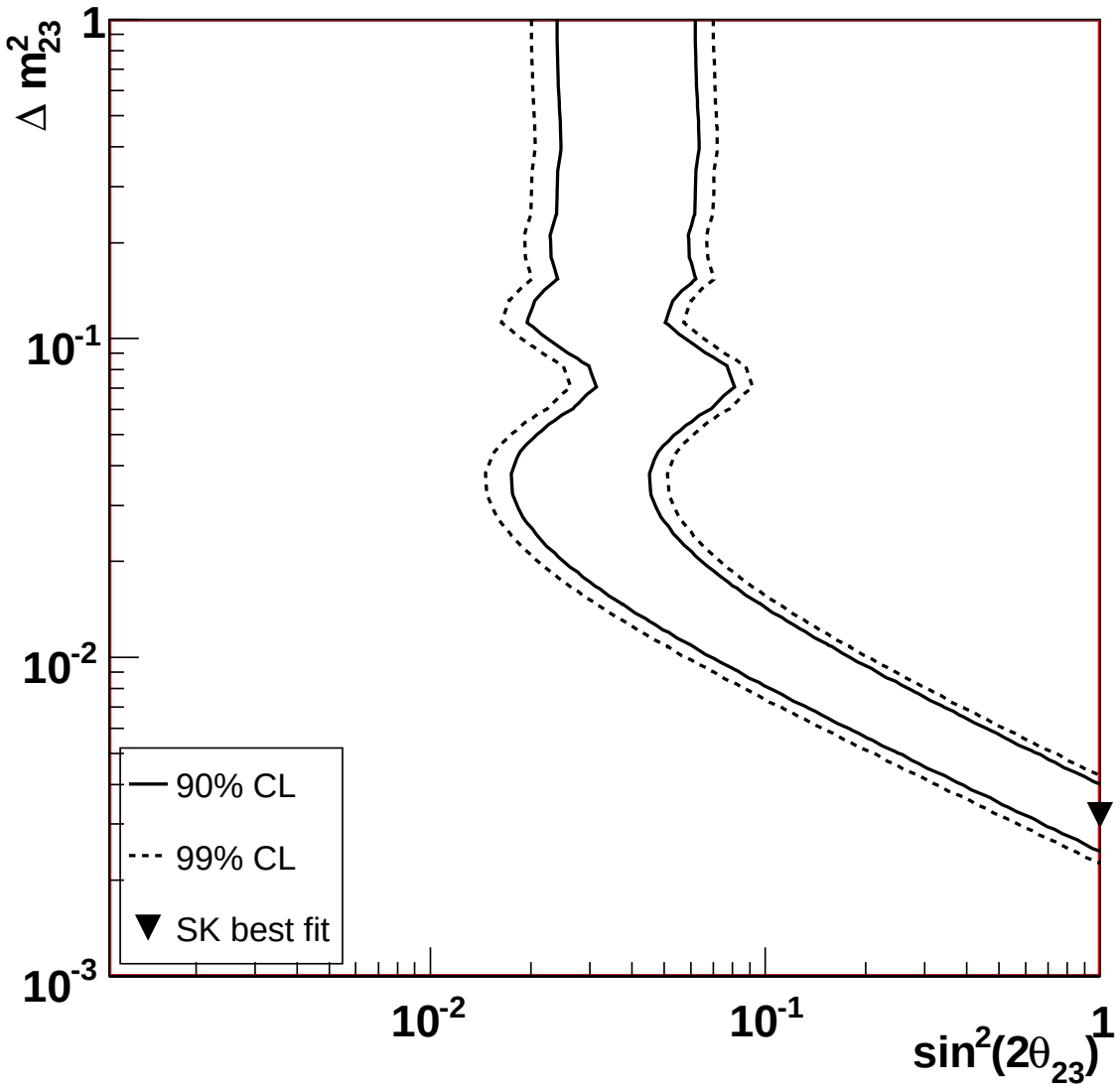

Рис. 3.24: Ограничение на параметры осцилляции при подтверждении данных Super-Kamiokande

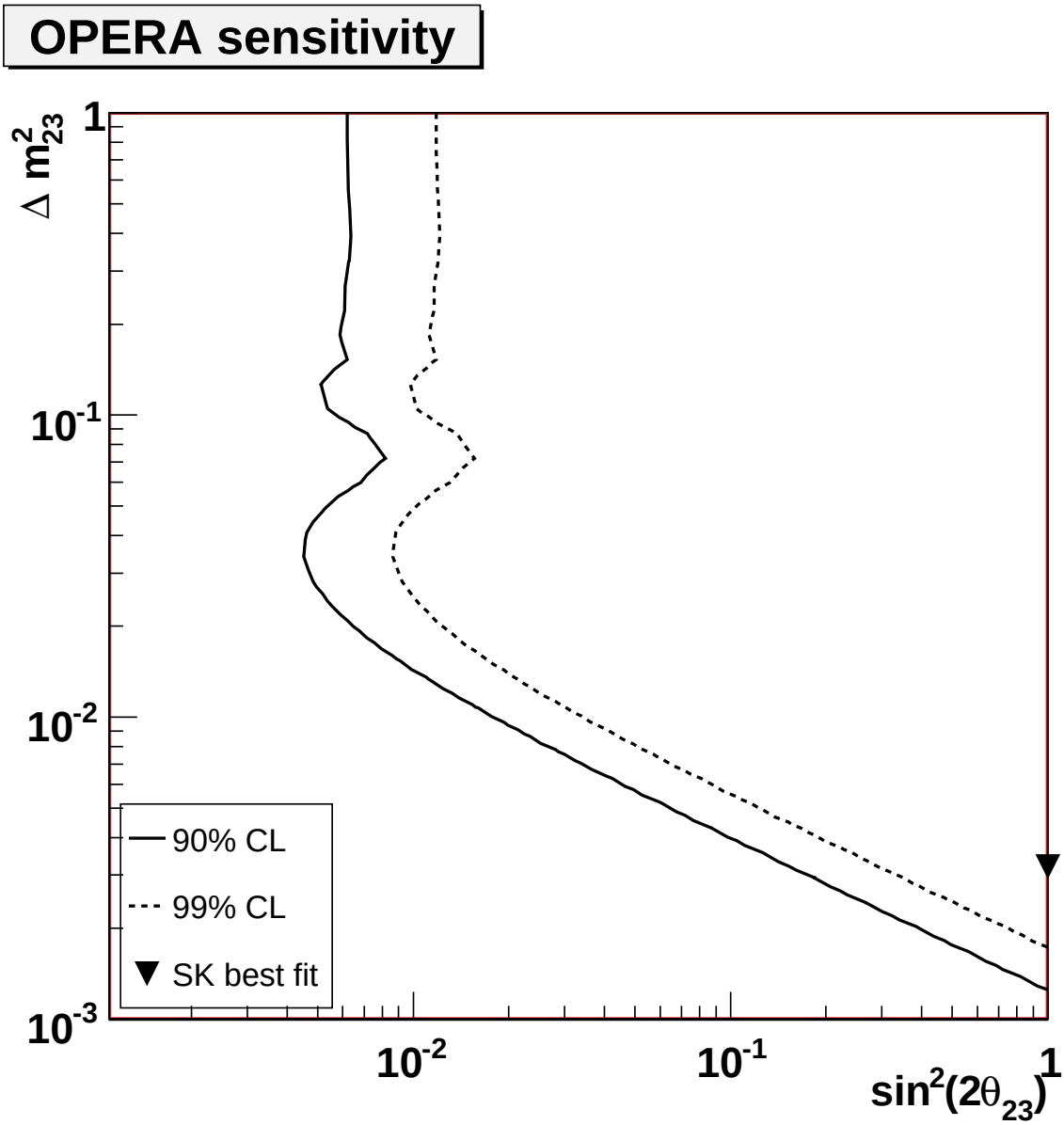

Рис. 3.25: Область чувствительности эксперимента OPERA

Заключение

В данной работе рассмотрены отдельные моменты теории нейтринных осцилляций, в частности различные механизмы появления в лагранжиане массовых членов для нейтрино и вероятность осцилляций в подходе квантовой теории поля.

Исследована полная цепочка анализа событий в фотоэмульсионном детекторе в эксперименте OPERA.

Исследованы методы поиска гранул на изображениях фотоэмульсии. Применение фильтрации изображений показало, что при нужном подборе фильтрующих ядер достигается хорошая эффективность выделения гранул и подавления фона. Получены критерии на фильтрующие ядра.

Применено Монте-Карло моделирование событий в детекторе с целью определения эффективностей методов реконструкции событий. Рассмотрен канал распада $\tau \to \mu$, применен метод функции правдоподобия. В частности для случая короткого распада τ-лептона рассмотрена возможность отбора событий по прицельному параметру. Результат может быть улучшен более обширным анализом с привлечением всей доступной кинематики события.

С использованием метода Фельдмана-Казинса построена чувствительность эксперимента к параметрам осцилляций, а также получены оценки на параметры при подтверждении экспериментом результатов Super-Kamiokande.

Приложение A

Доверительные интервалы

Рассмотрим эксперимент, измеряющий количество x некоторых событий. В присутствии фона $x = \mu + b$, где μ истинное число искомых событий, а b *известный* средний уровень фона. Величина x отклоняется от $\mu + b$ из-за статистических ошибок. При заданном μ вероятность получить результат измерения $x = n$ представляет собой распределение Пуассона:

$$P(n|\mu) = \frac{(\mu + b)^n}{n!} \exp\left[-(\mu + b)\right] \tag{A.1}$$

Пусть в результате измерения мы получили $x = n$. Нас интересует, какие ограничения это устанавливает на величину μ. Удобно характеризовать эти ограничения интервалами $[\mu_1, \mu_2]$, которые соответствуют определенному уровню достоверности α.

Интервалы Байеса

Логично определить интервал как область *при фиксированном* $x = n$, вероятность найти истинное значения μ_t в которой равно α. То есть:

$$P\left(\mu_t \in [\mu_1, \mu_2]\right) \equiv \int\limits_{\mu_1}^{\mu_2} P(\mu|n)\,\mathrm{d}\mu = \alpha \tag{A.2}$$

Определенные таким образом интервалы называют Байесовыми доверительными интервалами.

Функция распределения $P(\mu|n)$ связана с функцией (A.1) в силу теоремы Байеса:

$$P(\mu|n) = P(n|\mu)\frac{P(\mu)}{P(n)}$$

Тут мы сразу сталкиваемся с трудностью — распределение $P(\mu)$ нам неизвестно. Фактически можно лишь предположить некоторое распределение $P(\mu)$ основываясь на результатах других экспериментов, личных представлений на этот счет и т.п. Поэтому построение Байесовских интервалов в каком-то смысле *субъективно*.

Таким образом, хотя Байесовские интервалы несут непосредственный физический смысл, определяемый (A.2), они не удобны, если мы хотим представить результат в виде, доступном для сравнения с другими экспериментами. Подробно интервалы Байеса описаны в

Классические доверительные интервалы

Для того чтобы избежать субъективных аспектов в определении доверительных интервалов, воспользуемся интервалами Неймана.

Из плотности распределения $P(x|\mu)$ можно определить *интервал допустимости* $[x_1, x_2]$ так что:

$$P\left(x \in [x_1, x2]\right) = \int\limits_{x_1}^{x_2} P(x|\mu)\,\mathrm{d}x\ = \alpha. \tag{A.3}$$

Очевидно, границы x_1 и x_2 являются функциями μ. Определение (A.3) не фиксирует границы однозначно — остается произвол в определении соотношения $P\left(x < x_1\right)$ и $P\left(x > x_2\right)$. К примеру условия:

- $P\left(x < x_1\right) = 1 - \alpha$ дает *нижний предел* на x в этом случае ($x2 = +\infty$).
- $P\left(x > x_2\right) = 1 - \alpha$ — *верхний предел.*
- $P\left(x < x_1\right) = P\left(x > x_2\right) = (1 - \alpha)/2$ — *центральный интервал.*

Для построения конкретных интервалов нужно выбрать определенный критерий, который бы фиксировал этот произвол.

Построив интервалы для каждого значения μ, получаем область в плоскости (x, μ), называемую *поясом достоверности.*

Интервал Неймана $[\mu_1, \mu_2]$ для определенного $x = n$ определяется как сечение пояса достоверности при этом x (смю рис.).

Вообще говоря, интервалам Неймана нельзя придавать физического смысла, аналогичного (A.2). Вообще говоря, вероятность $P(\mu \in [\mu_1, \mu_2])$ для таких интервалов может быть отлична от α и зависит от критерия выбора границ интервала. Интервал для которого $\forall\mu\ P(\mu \in [\mu_1, \mu_2]) \geqslant \alpha$ называется *консервативным.* Такое, к примеру, может возникнуть когда x принимает только целые значения.

Неконсервативность интервала рассматривается как серьезный недостаток.

Такие ситуации возникают,например, когда величина μ должна лежать в некоторой ограниченой физическими требованиями области. Построение центрального пояса даст для некоторых μ (вблизи границы) вероятность $P(\mu \in [\mu_1, \mu_2]) < \alpha$.

Критерий Фельдмана-Казинса

Для фиксирования упомянутого выше произвола в определении границ интервала $[x1, x2]$ воспользуемся критерием, предложенным Фельдманом и Казинсом для эксперимента NOMAD. Интервалы, которые даются этим критерием, будут консервативны и в случае ограниченной области значений μ.

Для нашей функции $P(x|\mu)$ найдем при данном x такое $\mu = \mu_{best}$ (из допустимых для μ значений), при котором $P(x|\mu)$ максимальна. К примеру, если μ область неограничена, то легко найти:

$$\mu_{best} = n - b.$$

Если же физическая область μ определяется интервалом $\mu \in [\mu_t^0, \mu_t^1]$, то

$$\mu_{best} = \begin{cases} \mu_t^0 & n - b < \mu_t^0 \\ n - b & \mu_t^0 \leqslant n - b \leqslant \mu_t^1 \\ \mu_t^1 & n - b > \mu_t^1 \end{cases}$$

Определим величину

$$R(x,\mu) = \frac{P(x|\mu)}{P(x|\mu_{best})}, \tag{A.4}$$

то есть отношение вероятности измерить x при данном μ к вероятности измерить x при μ_{best}. Интервал $[x1, x2]$ строится так: в него добавляются точки x в порядке убывания функции $R(x,\mu)$ до тех пор пока $P(x \in [x1, x2])$ не сравняется или не превысит нужного уровня α.

Поскольку $\chi^2 = -2\ln P$, то можно вместо (A.4) можно использовать разность χ^2:

$$R' = \chi^2 - \chi^2_{best} = 2\left[\ln P(x|\mu_{best}) - \ln P(x|\mu)\right]$$

и добавлять точки в порядке возрастания R'. Для Пуассоновского распределения (A.1) получим

$$R'(\mu, n) = 2\left[\mu - \mu_{best} + n\ln\frac{\mu_{best}+b}{\mu+b}\right] \tag{A.5}$$

На практике этот метод реализовывается программно.

Приложение B

Погрешность определения направления трека

Многократное рассеяние

Направление рассматриваемого трека будем характеризовать угом к нормали $\bar{\theta}$, который определяется как некоторое среднее от n углов θ_k сегментов этого трека:

$$\bar{\theta} = \sum_{k=1}^{n} C_k \theta_k; \quad \sum_{k=0}^{n} C_k = 1 \tag{B.1}$$

В силу многократного рассеяния и погрешностей измерения, углы θ_k являются случайными величинами, причем можно считать, что распределение вероятности для θ_k зависит только от θ_{k-1}. Можно считать эту функцию распределения гауссовой:

$$P_i = P(\theta_k|\theta_{k-1}) = G_{\sigma_1}(\theta_i - \theta_{i-1}) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \exp\left(-\frac{(\theta_k - \theta_{k-1})^2}{2\sigma_1}\right)$$

При этом распределение угла первого сегмента известно, можно считать его гауссианом с некоторым средним θ_0 (начальное направление трека):

$$P_1(\theta_1) = G_{\sigma_0}(\theta_1 - \theta_0).$$

Гауссиан обладает следующими полезными свойствами:

$$G_\sigma(\alpha^{-1}x) = G_{\alpha^2\sigma}(x) \tag{B.2}$$

$$\int \mathrm{d}y \cdot G_{\sigma_1}(x-y) G_{\sigma_2}(y-z) = G_{(\sigma_1+\sigma_2)}(x-z) \tag{B.3}$$

Вычислим распределение вероятностей угла $\bar{\theta}$. Оно определяется как:

$$P(\bar{\theta}) = \int \mathrm{d}\theta_1 \ldots \mathrm{d}\theta_n \cdot P(\theta_1, \ldots, \theta_n) \cdot \delta\left(\bar{\theta} - \sum_{k=0}^{n} C_k \theta_k\right) \tag{B.4}$$

где n-мерная плотность вероятности

$$P(\theta_1, \ldots, \theta_n) \equiv \prod_{i=1}^{n} P_i = P(\theta_n|\theta_{n-1}) \ldots P(\theta_2|\theta_1) P_1(\theta_1)$$

Пользуясь свойствами (B.2) и (B.3) можно произвести интегрирование по порядку по $\theta_n, \ldots, \theta_1$. Получим распределение:

$$P(\bar{\theta}) = G_\sigma(\bar{\theta} - \theta_0); \qquad \sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \sum_{m=1}^{n} \left[\sum_{k=m}^{n} C_k \right]^2$$

Погрешности измерений

Если каждый θ_k измеряется с некоторой погрешностью $\delta\theta_k$, то вместо (B.1) имеем:

$$\Theta = \sum_{k=0}^{n} C_k \left(\theta_k + \delta\theta_k\right) = \sum_{k=0}^{n} C_k \theta + \sum_{k=0}^{n} C_k \delta\theta_k = \bar{\theta} + \delta\Theta$$

Пусть все величины θ_k имеют одинаковое Гауссово распределение с дисперсией σ_2, то есть: $P(\delta\theta_k) = G_{\sigma_2}(\delta\theta_k)$ Тогда $\delta\Theta$ также будет распределено по Гауссу с нулевым средним и дисперсией

$$\sigma' = \sigma_2 \left(\sum_{k=0}^{n} C_k^2 \right)$$

В итоге погрешность измерения будет иметь дисперсию

$$\sigma_{tot} = \sigma + \sigma' = \sigma_0 + \sigma_1 \sum_{m=1}^{n} \left[\sum_{k=m}^{n} C_k \right]^2 + \sigma_2 \left[\sum_{k=0}^{n} C_k^2 \right] \tag{B.5}$$

Таким образом, в случае $C_k = 1/n$ (среднее арифметическое), то дисперсия

$$\sigma_{tot} = \sigma_0 + \sigma_1 \left[1 + \sum_{m=0}^{n} \frac{m^2}{n^2} \right] + \frac{\sigma_2}{n}$$

Литература

[1] E. Fermi, *Z. Phys.*, **88** (1934) 161

[2] H. Bethe, *Nature*, **133** (1934) 532

[3] F. Reines and C. Cowan, *Phys. Rev.*, **113** (1959) 273

[4] G. Gamov and E. Teller, *Phys. Rev.*, **49** (1936) 895

[5] T. D. Lee and C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **104** (1956) 254

[6] C. S. Wu et al., *Phys. Rev.*, **105** (1957) 1413

[7] T. D. Lee and C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **105** (1957) 1671

[8] L. D. Landau *Nucl Phys.*, **3** (1957) 127

[9] A. Salam *Nuovo Cimento*, **5** (1957) 299

[10] M. Goldhaber, L. Grodzins and A. W. Sunyar *Phys. Rev*, **109** (1958) 1015

[11] R. Feynman and M. Gell-Mann *Phys. Rev.*, **109** (1958) 193

[12] E. Sudarshan and R. Marshak *Phys. Rev.*, **109** (1958) 1860

[13] G. Feynberg *Phys. Rev.*, **110** (1958) 1482

[14] G. Danby et al. *Phys. Rev. Lett.*, **9** (1962) 36

[15] W.-M.Yao et al. (Particle Data Group), *J. Phys. G* **1** (2006) 33

[16] OPERA Collaboration, M. Gulier et al., Experiment proposal *CERN-SPSC* (2000) 025

[17] Messier, Mark D., UMI-99-23965

[18] Paschos, E. A. and Yu, J. Y., *Phys. Rev.* **D65** (2002) 33

[19] Y. Ashie et al. [Super-Kamiokande Collaboration] **93** *Phys.Rev.Lett* (2004) 101

[20] S. Agostinelli et al., **A506** *Nuclear Instruments and Methods* (2003) 250

[21] V. Tyoukov, I. Kreslo, Y. Petukhov and G. Sirri, **A559** *Nuclear Instruments and Methods* (2006) 103

Список таблиц

2.1 Характеристики пучка CNGS 25
2.2 Характеристики кирпича и плоскостей 27
2.3 Характеристики модуля и супермодуля 28

3.1 Результаты отбора по функции правдоподобия 52
3.2 Ожидаемое число событий и фона для пяти лет набора данных 55

Список иллюстраций

1.1 Процессы в теории Ферми *a)* первого и *b)* второго порядка по G_F 10
1.2 Процессы в теории с промежуточным бозоном 11
1.3 Распад $\mu \to e\gamma$ 11
1.4 Нейтринные осцилляции в теории поля 18

2.1 Путь пучка из CERN в Gran Sasso 23
2.2 Ускорение протонов 24
2.3 Схема производства пучка 24

3.1 Топологии *a)* ν_τ и *б)* ν_μ событий 31
3.2 Изображения участка эмульсии на различных глубинах 33
3.3 Неоднородность фона при бинаризации. 34
3.4 Вычитание неоднородности фона 35
3.5 а) Исходное изображение б) бинаризация и в) кластеризация изображения 35
3.6 Функция LoG — лапласиан гаусса 37
3.7 Функция DoG — разность гауссов 38
3.8 а)Исходное изображение, б)фильтрация, в)бинаризация, г)кластеризация 40
3.9 Реконструкция треков 41
3.10 Симулированная вершина ν_τ взаимодействия 42
3.11 Реконструкция треков нейтринного события 43
3.12 Зависимость эффектриностей (вверху) и χ^2(внизу) реконструкции мюонного трека от $\delta\,\mathrm{tg}(\theta)$ 44
3.13 Распределение по длине распада τ 46
3.14 Определение излома трека 46
3.15 Распределение по углу кинка для $\tau \to \mu$ 47
3.16 Распределение по углу кинка для сигнала (вверху) и фона(внизу) с учетом микрорассеяния 48
3.17 Определение прицельного параметра 49
3.18 Распределение $\tau \to \mu$ по истинному прицельному параметру мюона . . . 50
3.19 Погрешности определения прицельного параметра для ν_μ и ν_τ CC событий 50
3.20 Прицельный параметр для ν_μ и ν_τ CC событий с учетом микрорассеяния 51
3.21 Анализ событий без кинематического отбора (слева), с кинематическим отбором (справа) — функции правдоподобия (верх) и отношение сигнал/шум при выборе порога (низ) 53
3.22 Спектр $\nu_\mu CC$ событий 56
3.23 Зависимость числа сигнальных событий от параметров осцилляций . . . 57
3.24 Ограничение на параметры осцилляции при подтверждении данных Super-Kamiokande 58

3.25 Область чувствительности эксперимента OPERA 59

Благодарности

Прежде всего я хочу поблагодарить моего научного руководителя Наумова Дмитрия Вадимовича за помощь и руководство при создании данной работы.

Руководителю темы Горнушкину Юрию Алексеевичу за полезные замечания и советы.

Коллективу нашего отдела за рабочую и дружескую атмосферу.

Ане Радовской и Максиму Гончару за интересные и поучительные дискуссии.

Преподавателям нашего факультета за те знания, которые они мне дали, и которые оказались необходимы при написании работы.

Моим родным и близким за веру и поддержку.