ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

«РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ПАКЕТА NTSim ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЙТРИННЫХ ТЕЛЕСКОПОВ И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕГИСТРАЦИИ НЕЙТРИННЫХ СОБЫТИЙ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ Baikal-GVD»

Выполнил студент
209М группы
Завьялов Сергей Игоревич

____
подпись студента

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук
Наумов Дмитрий Вадимович

____
подпись научного руководителя

Допущена к защите ______________________
дата

Зав. кафедрой академик РАН
Матвеев В. А.

____
подпись зав. кафедрой

МОСКВА

2024

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Нейтринная астрономия представляет собой одну из самых динамично развивающихся областей современных фундаментальных исследований. В течение последних тридцати лет наблюдается активное строительство нейтринных телескопов и совершенствование методов регистрации нейтрино астрофизических энергий. Современные нейтринные телескопы представляют собой массив оптических модулей, погружённых в прозрачную среду, такую как вода или лёд. В результате взаимодействия нейтрино с веществом могут рождаться высокоэнергетические заряженные частицы, которые в результате прохождения через среду способны генерировать черенковское излучение. Это излучение регистрируется оптическими модулями, что позволяет восстановить как направление, так и энергию нейтринного события.

Ключевыми задачами в современной нейтринной астрономии являются измерение потока астрофизических нейтрино и идентификация точечных источников. Активные галактические ядра, аккрецирующие сверхмассивные чёрные дыры, гамма-всплески и другие астрофизические объекты рассматриваются как возможные источники высокоэнергетических нейтрино. Для астрономических наблюдений нейтрино обладают рядом ключевых преимуществ относительно других посланцев Вселенной, поскольку нейтрино практически не отклоняются магнитными полями и слабо взаимодействуют с межзвёздным веществом. Эти особенности делают нейтрино уникальным источником информации о процессах, происходящих в далеких астрофизических объектах.

Стандартный подход, используемый в большинстве теоретических моделей для описания потока астрофизических нейтрино, заключается в генерации нейтрино в результате распада заряженных пионов $\pi^{\pm} \to \mu^{\pm}\overline{\nu}_{\mu}(\nu_{\mu})$, образующихся в результате pp и $p\gamma$ взаимодействий [1], и последующего распада мюонов $\mu^{\pm} \to e^{\pm}\nu_e(\overline{\nu}_e)\overline{\nu}_{\mu}(\nu_{\mu})$. Исходя из этой модели, начальное флейворное соотношение нейтрино в астрофизическом источнике должно составлять $\nu_e : \nu_{\mu} : \nu_{\tau} \approx 1 : 2 : 0$. Предполагая стандартный плосковолновой подход к описанию нейтринных осцилляций, флейворное соотношение нейтрино в детекторах на Земле должно изменяться до $\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau \approx 1 : 1 : 1$ [2, 3]. Таким образом, определение флейворного состава потока астрофизических нейтрино может стать проверкой моделей нейтринных осцилляций на астрофизических расстояниях.

В настоящее время рассматривается целый ряд механизмов, которые могут быть ответственны за ускорение космических лучей (КЛ) до ультра-высоких энергий во Вселенной. К числу основных теорий относят диффузионное ускорение на ударных волнах [4], стохастическое ускорение Ферми [5], магнитное пересоединение [6], турбулентные явления [7] и другие. Тем не менее, ни один из этих механизмов по отдельности не объясняет наблюдаемого степенного энергетического спектра КЛ. Можно ожидать, что исследование потока астрофизических нейтрино, исходящих непосредственно из области ускорения частиц КЛ, может пролить свет на механизмы ускорения в астрофизических объектах.

На сегодняшний день существует несколько крупных международных коллабораций, занимающихся разработкой и эксплуатацией нейтринных телескопов. Из них можно выделить нейтринную обсерваторию IceCube, расположенную на Южном полюсе, а также два нейтринных телескопа в Северном полушарии: KM3NeT/ARCA в Средиземном море и Baikal-GVD в озере Байкал. IceCube уже достиг своего рабочего объёма в 1 км^3, тогда как KM3NeT/ARCA находится в стадии развёртывания, а Baikal-GVD, в свою очередь, достиг инструментального объёма около 0.6 км^3 и ведёт активный набор данных. Прорывным результатом в развитии нейтринной астрономии стала регистрация IceCube диффузного потока астрофизических нейтрино высокой энергии [8] в 2013 году, уровень достоверности которой достиг 5σ к 2014 году [9]. В 2023 году коллаборация Baikal-GVD первая среди других групп подтвердила открытие IceCube, достигнув уровня значимости в 3σ [10].

Актуальность работы

В основе любого анализа данных лежит подробное моделирование физических процессов, происходящих внутри детектора. Благодаря процессу моделирования ещё на стадии проектирования нейтринного телескопа происходит оптимизация его геометрии и производится оценка ожидаемых уровней сигнала и фоновых событий. При анализе накопленных экспериментальных данных моделирование используется для отделения сигнальных событий от фона и для сравнения наблюдаемых результатов с теоретическими предсказаниями.

Каждая научная группа, занимающаяся разработкой и эксплуатацией нейтринных телескопов, развивает собственные программные пакеты для моделирования. На текущий момент существует всего несколько подобных пакетов: (i) программный комплекс IceCube, доступ к которому частично ограничен, (ii) `gSeaGen` [12] от KM3NeT, основанный на нейтринном генераторе `GENIE` [11], (iii) независимо разрабатываемый пакет `Prometheus` [13], (iv) собственное Монте-Карло моделирование для Baikal-GVD. Как видно, общедоступных программных решений для моделирования нейтринных телескопов представлено немного, и каждый обладает своими индивидуальными чертами и особенностями.

В рамках классического моделирования методом Монте-Карло в программном пакете `Geant4`, моделирование нейтринных телескопов представляется неоптимальной задачей. Нейтринные телескопы характеризуются разреженной сетью оптических детекторов, предназначенных для регистрации черенковского излучения, что обусловлено необходимостью покрыть максимально возможный объём для компенсации низкой интенсивности потока астрофизических нейтрино при высоких энергиях. Например, инструментальный объём нейтринного телескопа Baikal-GVD составляет приблизительно 0.6 км^3, тогда как радиус его оптического модуля (ОМ) равен $R_{\text{OM}} = 21.6$ см, в результате чего чувствительный объём детектора составляет всего около 3×10^{-5} % от инструментального объёма.

Сложность моделирования усугубляется огромным количеством черенковских фотонов, генерируемых в результате прохождения высокоэнергетических заряженных частиц через объём детектора. В среднем, для каждого сантиметра пути заряженной частицы, превышающей порог черенковского излучения, рождается около 250 черенковских фотонов. В случае мюонов, генерируемых при взаимодействии мюонных нейтрино с веществом по каналу заряженного тока, их пробег в воде может достигать нескольких километров, что приводит к генерации $\sim 10^8$ черенковских фотонов. Адронные и электромагнитные каскады, возникающие при взаимодействии нейтрино всех флейворов через нейтральный ток, а также при взаимодействии электронных и тау-нейтрино через заряженный ток, могут генерировать от $\sim 10^7$ до 10^{11} черенковских фотонов. Особенностью реализации распространения черенковских фотонов в `Geant4` является последовательное моделирование каждого черенковского фотона в отдельности, что существенно замедляет процесс моделирования событий.

Наконец, для успешного детектирования нейтринного события в разреженной сети оптических детекторов детекторов требуется зарегистрировать достаточное количество фотоэлектронов в ОМ. Количесто фотоэлектронов, выделенных на одном ОМ, оценивается выражением $N_{\text{phe}} \sim N_{\text{cher}}^{(\text{tot})} \cdot p_{\text{scat}} \left(\cos\theta, \varphi\right) \cdot p_{\text{abs}} \left(R\right) \cdot p_{\text{OM}} \cdot \left(\frac{R_{\text{OM}}}{R}\right)^2$, где $N_{\text{cher}}^{(tot)}$ - полное число черенковских фотонов, $p_{\text{scat}} \left(\cos\theta, \varphi\right)$ - вероятность рассеяния фотонов в направлении углов $\{\theta, \varphi\}$, заданных относительно направления движения родительской заряженной частицы, $p_{\text{abs}} \left(R\right)$ - вероятность поглощения фотонов на расстоянии R_{OM} до ОМ от места их генерации, p_{OM} - эффекты ОМ. Таким образом, количество фотоэлектронов N_{phe} определяется двумя конкурирующими факторами: разреженностью нейтринного телескопа и необходимостью ггенерации значительного количества черенковских фотонов для успешного детектирования событий. Например, при вертикальном прохождении мюона внутри отдельного кластера Baikal-GVD, количество черенковских фотонов оценивается как $N_{\text{phe}} \sim 10^{-8} \cdot N_{\text{cher}}^{(\text{tot})}$.

Эти соображения подчёркивают необходимость разработки новых программных пакетов и методов для эффективного моделирования нейтринных телескопов. Программный комплекс `NTSim`, описываемый в данной работе, разрабатывается с целью расширения арсенала доступных пакетов моделирования нейтринных телескопов, применимых в экспериментах следующего поколения. В первую очередь `NTSim` предназначен для использования в качестве основного программного пакета для моделирования событий в коллаборации Baikal-GVD, в рамках которого он сейчас разрабатывается. Тем не менее, заложенный в `NTSim` функционал, который будет представлен далее, позволяет использовать данный программный комплекс в других текущих и планируемых экспериментах. Одним из подобных перспективных проектов является совместный российско-китайский нейтринный телескоп HUNT [14] на озере Байкал. Кроме того, `NTSim` может быть полезен для других нейтринных телескопов следующего поколения, таких как TRIDENT [15] и NEON [16].

Отличительной особенностью `NTSim` является целый ряд реализованных методов, способствующих удобству и эффективности моделирования. В рамках программного комплекса ведётся разработка собственного нейтринного генератора, рассматривается полуаналитический подход к распространению света в среде, осуществляется генерация черенковских фотонов на основе параметризации индивидуальных электромагнитных каскадов, используются современные практики программирования и применяется модульная структура пакета. Все эти аспекты позволяют `NTSim` занимать достойное место среди программного обеспечения для моделирования нейтринных телескопов.

Цель работы, задачи и методы исследования

Целью данной работы является разработка программного компекса `NTSim` для моделирования потоков астрофизических нейтрино и групп мюонов от широких атмосферных ливней, а также для проектирования геометрий нейтринных телескопов и расчета их отклика на события. В качестве первого применения `NTSim` производится оценка эффективности регистрации нейтринных событий в эксперименте Baikal-GVD.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

i. Проектирование общей структуры программного комплекса `NTSim` для реализации его эффективной работы, связи различных модулей и развития его абстрактной структуры для обеспечения свободного доступа к использованию `NTSim`.

ii. Разработка нейтринного генератора для моделирования прохождения нейтрино через толщу Земли и расчёта взаимодействия нейтрино с веществом.

iii. Создание черенковского генератора для моделирования рождения черенковских фотонов вдоль треков заряженных частиц и от высокоэнергетических электромагнитных каскадов.

iv. Разработка методов параметризации продольного и углового распределения черенковских фотонов при их генерации в высокоэнергетических электромагнитных каскадах.

v. Вычисление эффективного объёма регистрации нейтринных событий в эксперименте Baikal-GVD.

Для выполнения поставленных задач была произведена разработка программного комплекса `NTSim` с использованием распределённой системы контроля версий Git, что обеспечило возможность независимой разработки отдельных модулей и общей структуры `NTSim`. В рамках обеспечения высокой эффективности программного кода были применены современные методики программирования на языке Python. Следуя принципу модульности, в составе программного комплекса `NTSim` ведётся разработка нескольких специализированных программных пакетов: (i) основной пакет `NTSim` [17], осуществляющий общую цепочку моделирования, (ii) пакет `nudisxs` [18], ответственный за расчёт взаимодействия нейтрино с веществом, (iii) `nupropagator` [19], реализующий распространение нейтрино через Землю и генерацию нейтринных событий, и (iv) `g4camp` [20], представляющий собой Python-интерфейс для `Geant4` [21–23].

Для задачи параметризации высокоэнергетических электромагнитных каскадов проведён анализ большой выборки моделированных событий электромагнитных ливней. На его основе была выполнена процедура аппроксимации продольного и углового распределения черенковских фотонов, используя различные модели с разным числом подгоночных параметров. Это обеспечило широкую вариативность при генерации фотонов в черенковском генераторе.

В процессе полного цикла моделирования в `NTSim` определялась геометрия нейтринного телескопа Baikal-GVD, производилась генерация нейтринных событий в прилегающем объёме детектора и рассчитывался отклик оптических модулей Baikal-GVD на данные события. В результате был оценён эффективный объём нейтринного телескопа Baikal-GVD, на основе которого можно судить о эффективности регистрации астрофизических нейтрино в эксперименте Baikal-GVD и рассчитывать ожидаемую частоту экспериментальных событий.

Структура работы

В разделе 1. рассматриваются основные механизмы генерации астрофизических нейтрино и механизмы ускорения частиц космических лучей в различных астрофизических процессах. Следующий раздел 2. даёт общий обзор эксперимента Baikal-GVD, расположенном на озере Байкал. С раздела 3. начинается описание программного комплекса `NTSim`. В разделе 4. даётся описание генераторов начальных частиц `PrimaryGenerator`, раздел 5. описывает пропагаторы частиц и фотонов в модуле `Propagators`, раздел 6. раскрывает подробности генерации черенковских фотонов в `CherGen`, тогда как в разделе 7. представлены различные реализации нейтринных телескопов и их особенностей. Наконец, в заключительном разделе 8. приводится расчёт эффективности регистрации астрофизических нейтрино в эксперименте Baikal-GVD.

Везде ниже мы будем использовать естественную систему единиц ($\hbar = c = 1$) и "рационализацию" Хевисайда, если не будет оговорено иное.

1. Астрофизические нейтрино

Центральной проблемой нейтринной астрономии является исследование механизмов генерации нейтрино астрофизических энергий в диапазоне $\sim$ [ТэВ, ЭэВ] (ЭэВ - эксаэлектронвольт, 1 ЭэВ $= 10^{18}$ эВ) [1,24]. Предполагается, что источником астрофизических нейтрино служат ускорители космических лучей (КЛ), генерирующие нейтрино в pp и $p\gamma$ процессах

$$p + N \to \pi + X, \quad (\pi = \pi^{\pm}, \pi^0), \tag{1.1}$$

$$p + \gamma \to \Delta^+ \to \begin{cases} \pi^0 + p, \\ \pi^+ + n, \end{cases} \tag{1.2}$$

$$\pi^{\pm} \to \mu^{\pm}\nu_{\mu}(\overline{\nu}_{\mu}), \tag{1.3}$$

$$\mu^{\pm} \to e^{\pm}\nu_e(\overline{\nu}_e)\overline{\nu}_{\mu}(\nu_{\mu}). \tag{1.4}$$

Протоны КЛ в этих реакциях взаимодействуют с облаками газа и радиационными полями, вследствие чего происходит образование заряженных $\pi^{\pm}$ и нейтральных π^0 пионов. Распад заряженных пионов $\pi^{\pm}$ приводит к образованию нейтрино.

Процесс ускорения частиц продолжается до момента генерации нейтрино и происходит независимо для протонов p и γ-квантов. Схематическое изображение данного процесса представлено на рисунке 1.1. Протоны, обладая электрическим зарядом, ускоряются за счет взаимодействия с магнитными полями, основные механизмы которого будут рассмотрены далее. γ-кванты проходят через несколько этапов ускорения, начиная с синхротронного излучения электронов e^-, которое является первичным источником γ-квантов в астрофизическом ускорителе частиц. Началом генерации γ-квантов является синхротронное излучение электронов e^-, образующихся в источнике частиц. Электроны, в свою очередь, могут участвовать в процессе обратного комптоновского рассеяния, что приводит к дополнительному ускорению γ-квантов до энергий в диапазоне $10 - 100$ ТэВ. Наконец, γ-кванты с энергией больше ПэВ могут генерироваться в адронных реакциях с образованием

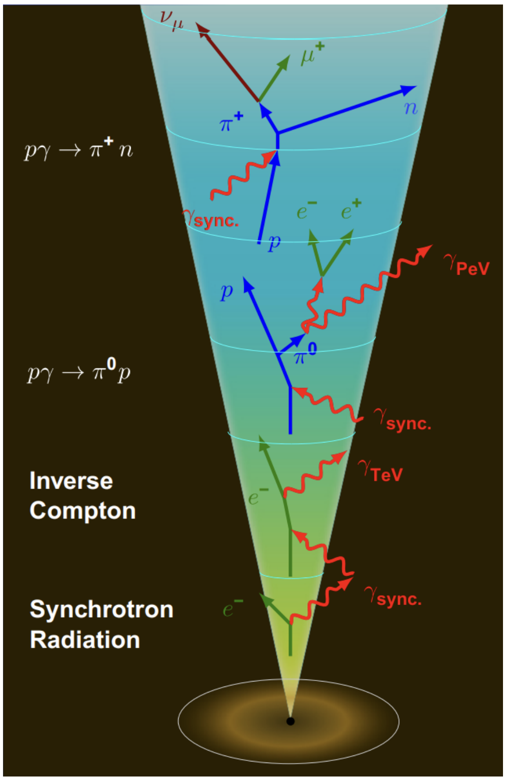


Рисунок 1.1: Процесс ускорения частиц в джете, испускаемом активным ядром галактики (АЯГ).

нейтрального пиона $p\gamma \to \pi^0 p$, последующим распадом которого $\pi^0 \to \gamma\gamma$ и завершается цепочка преобразований.

Таким образом, астрофизические нейтрино рождаются в процессе взаимодействия ускоренных КЛ с веществом, преимущественно ускоряющего объекта. Наблюдаемый на Земле энергетический спектр КЛ представлен на рисунке 1.2 и характеризуется степенной зависимостью

$$\Phi = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}S\mathrm{d}t\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}E} \propto E^{-\gamma} \tag{1.5}$$

в единицах см$^{-2}$·с$^{-1}$·ср$^{-1}$·ГэВ$^{-1}$, где параметр γ называется спектральным индексом.

Выделяется четыре характерные области данного спектра:

i. До энергии $3 \cdot 10^{15}$ эВ, где спектральный индекс составляет $\gamma = 2.7$.

ii. На уровне энергии $3 \cdot 10^{15}$ эВ происходит изменение спектрального индекса до $\gamma = 3.1$, что называется "коленом" спектра.

iii. При дальнейшем увеличении энергии до $5 \cdot 10^{18}$ эВ спектральный

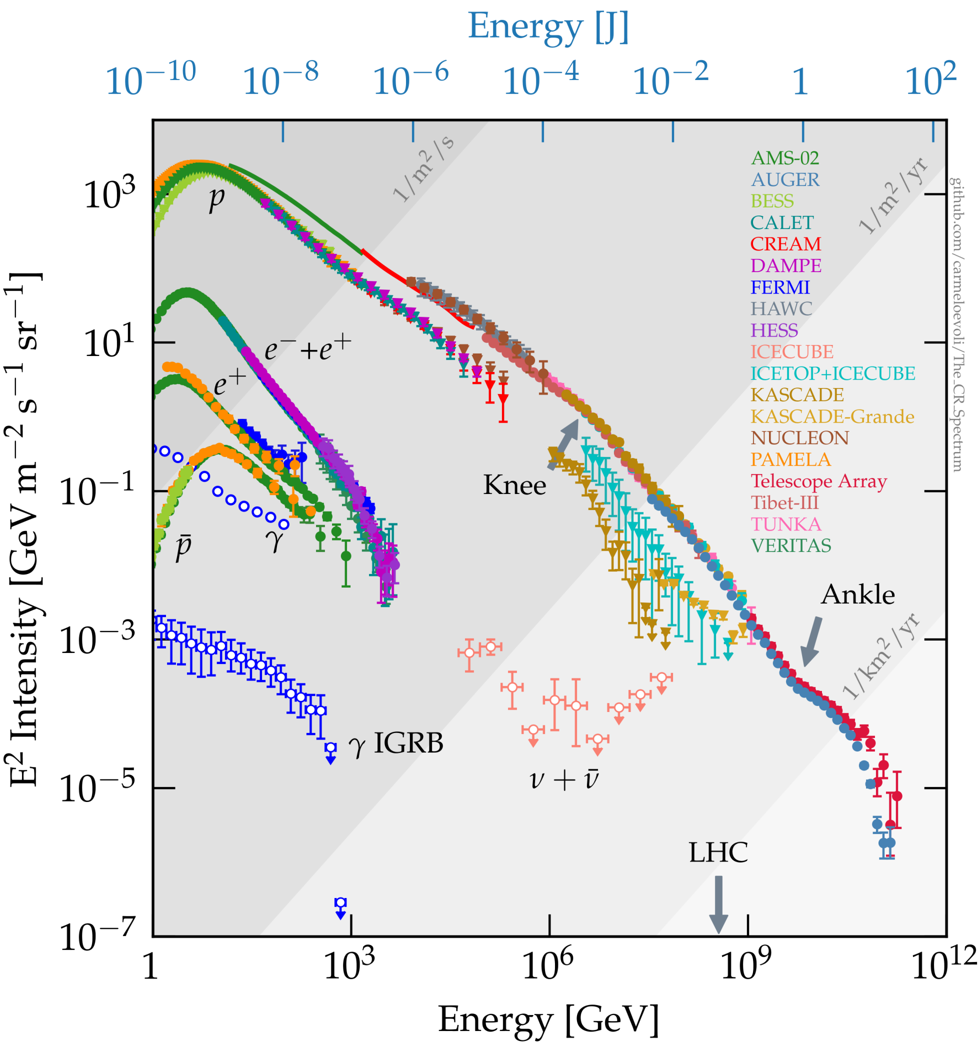


Рисунок 1.2: Спектр космических лучей. Также представлены результаты экспериментов по измерению их состава [25].

индекс возвращается к значению $\gamma = 2.7$, этот участок известен как ”ступня” спектра.

iv. Наконец, при энергиях в диапазоне $10^{20} - 10^{21}$ эВ происходит механизм ”GZK-обрезания” (Грейзен-Зацепин-Кузьмин) [26, 27], который заключается в процессе рассеяния протонов ультравыскокой энергии на микроволновом фоне Вселенной ($p + \gamma_{\text{CMB}} \to \Delta^+$).

Предполагается, что в области (i) КЛ имеют галактическое происхождение, тогда как КЛ в области (iii) - внегалактическое. В области (ii) присутствуют КЛ обоих типов происхождения. Основными галактическими источниками ускорения частиц являются остатки сверхновых, от которых распространяются ударные волны в межзвёздной среде. В результате прохождения заряженных частиц через фронт ударной волны происходит их ускорение в результате механизма Ферми I рода. К другим потенциальным источникам относятся пульсары с их экстремально высокими магнитными полями, а также двойные системы с аккрецирующей чёрной дырой или нейтронной звездой.

Среди внегалактических источников ключевую роль играют активные ядра галактик (АЯГ), мощные гамма всплески и звёздообразующие галактики. АЯГ представляют собой сверхмассивную чёрную дыру в центре галактики (с массой $\sim 10^6 - 10^9$ $\mathrm{M}_\odot$). В процессе аккреции материи на чёрную дыру формируются мощные джеты вещества, испускаемые перпендикулярно к аккреционному диску, что сопровождается интенсивным излучением. Пример такого процесса иллюстрируется на рисунке 1.1.

Мощные гамма всплески относятся к наиболее мощным астрофизическим явлениям, возникающими вследствие коллапса массивной звезды в чёрную дыру. В ходе этого процесса происходит высвобождение значительного количества массы, формирующей последовательные оболочки плазмы. Когда внешние, более медленные оболочки начинают тормозиться, они настигаются более быстрыми внутренними оболочками, что приводит к формированию фронтов ударных волн. Протоны, освобожденные в процессе коллапса, ускоряются вдоль этих фронтов посредством механизма Ферми I рода.

Звёздообразующие галактики высвобождают мощные потоки частиц в результате коллективного воздействия взрывов сверхновых и ударных волн от массивных звёзд. Эти процессы приводят к значительному увеличению плотности космических лучей в таких галактиках по сравнению с нашей галактикой

Область, в которой может существовать ускоренная заряженная частица, определяется гирорадиусом r_g. Он рассчитывается на основе баланса между центробежной силой F_{cf} и силой Лоренца F_{L}, действующей на заряженную частицу при её вращении в постоянном магнитном поле $\boldsymbol{B}$

$$F_{\mathrm{cf}} = F_{\mathrm{L}}, \quad \Rightarrow \quad p_\perp \omega_g \equiv \frac{p_\perp v_\perp}{r_g} = Z|e|Bv_\perp, \tag{1.6}$$

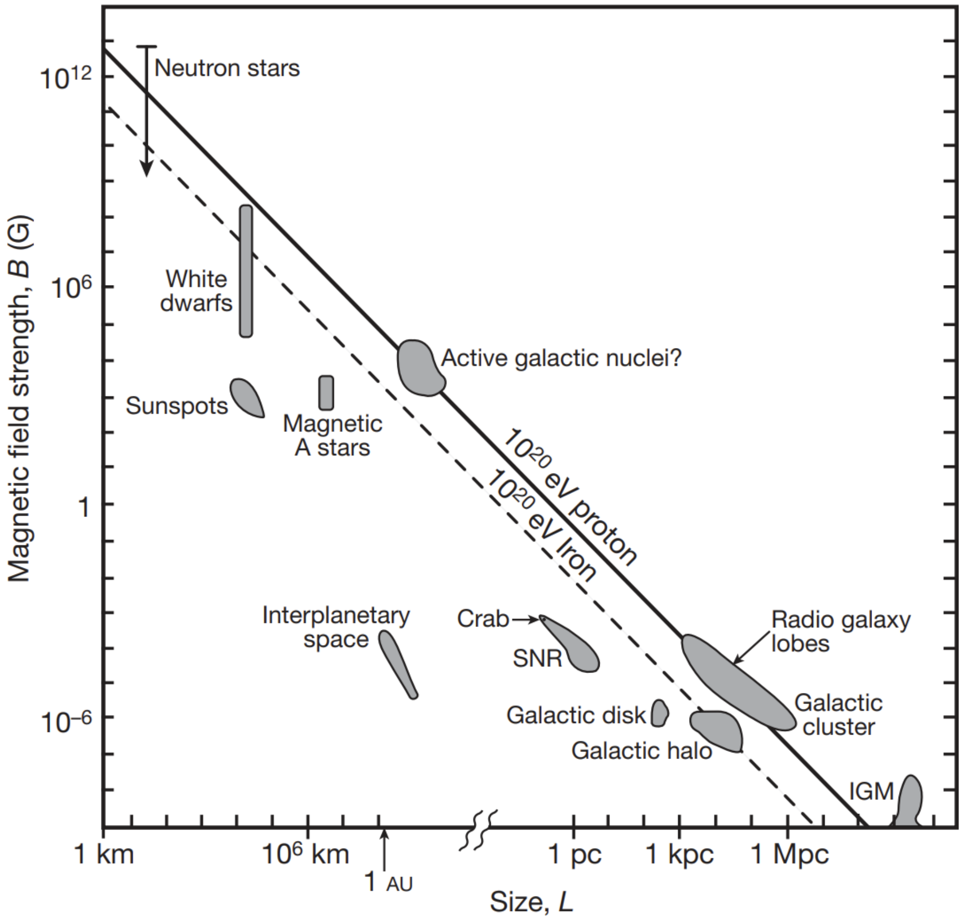


Рисунок 1.3: Диаграмма Хилласа [28].

где $B = |\boldsymbol{B}|$, символ $\perp$ - определяет перпендикулярное направление по отношению к $\boldsymbol{B}$, Ze - заряд частицы, p, v - её абсолютные значения импульса и скорости соответственно. Откуда

$$r_g = \frac{p_\perp}{Z|e|B} = \frac{R}{B}, \tag{1.7}$$

где

$$R = Br_g = \frac{p_\perp}{Z|e|}, \tag{1.8}$$

- магнитная жесткость.

При типичных значениях магнитного поля в межзвёздной среде $B = \mu|\boldsymbol{H}| \simeq |\boldsymbol{H}| \approx 10^{-6}$ Гс, значение гирорадиуса $r_g \sim 10^{15}$ см (диаметр Млечного пути $\sim 10^{22}$ см). При энергии $E \sim 10^{18.5}$ эВ гирорадиус r_g становится сопоставим с размерами галактики, что позволяет КЛ покидать пределы Млечного Пути.

Максимальная энергия, которую может достичь заряженная частица, ограничивается условием Хилласа. Это условие предполагает, что гирорадиус r_g должен быть равен максимальному размеру астрофизического ускорителя L, что необходимо для того, чтобы частица не покинула зону ускорения.

$$E_{\max} \sim ZeBL. \tag{1.9}$$

Типичные значения B и L для различных астрофизических объектов иллюстрируются на так называемой диаграмме Хилласа, представленной на рисунке 1.3.

1.1. Механизмы ускорения заряженных частиц

В данном разделе осуществляется анализ основных механизмов ускорения заряженных частиц, которые возникают в результате pp и $p\gamma$ процессов в объектах, описанных ранее. Традиционно выделяются два основных механизма ускорения частиц: механизмы ускорения Ферми I и II рода. В механизме Ферми I рода относительный прирост энергии частицы прямо пропорционален скорости фронта ударной волны, вдоль которой происходит ускорение. В случае механизма Ферми II рода прирост энергии зависит от квадрата скорости так называемых "магнитных зеркал". Далее, мы приступим к выводу основных формул для расчёта относительного прироста энергии частицы $\dfrac{\langle \Delta E \rangle}{E}$ и анализу результирующего дифференциального энергетического спектра частиц $N(E)$.

1.1.1. Механизм ускорения Ферми II рода

В результате движения частиц в межзвёздной среде с ними перемещаются вмороженные в их потоки магнитные поля, которые способны изменять траектории проходящих мимо заряженных частиц.

Рассмотрим случай адиабатически меняющегося магнитного поля на характерных масштабах магнитных неоднородностей L_H много бо́льших гирорадиуса r_g

$$L_H \gg r_g. \tag{1.10}$$

В этом приближении рассмотрим "действие" J для обобщённой координаты q, определённое в переменных действие-угол

$$J = \oint_L p \mathrm{d}q. \tag{1.11}$$

Для частицы, движущейся в магнитном поле, обобщённый импульс p представляется в виде $p \equiv \boldsymbol{P} = \boldsymbol{p} + e\boldsymbol{A}$, где $\boldsymbol{A}$ - вектор-потенциал электромагнитного поля, а обобщённая координата q определяется в полярных координатах вследствие движения заряженной частицы по орбите с радиусом r_g: $\mathrm{d}q \equiv \mathrm{d}\boldsymbol{l} = r_g \mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}$. Получим конкретное выражение для "действия"

$$\begin{aligned} J &= \oint_L (\boldsymbol{p} + e\boldsymbol{A})\, \mathrm{d}\boldsymbol{l} = r_g \oint_L \gamma m v_\perp \mathrm{d}\varphi + e \oint_L \boldsymbol{A} \mathrm{d}\boldsymbol{l} \\ &= 2\pi\gamma m \omega_g r_g^2 + e \int_S [\nabla \times \boldsymbol{A}]\, \mathrm{d}\boldsymbol{\Sigma} = 2\pi\gamma m \omega_g r_g^2 + e \int_S \boldsymbol{B} \cdot \hat{\boldsymbol{n}} \mathrm{d}\Sigma \\ &= \{\boldsymbol{B} \upharpoonleft\downharpoonright \hat{\boldsymbol{n}}\} = 2\pi\gamma m \omega_g r_g^2 - e\pi r_g^2 B = \pi\gamma m \omega_g r_g^2 \\ &= e\pi r_g^2 B, \end{aligned} \tag{1.12}$$

где при переходе к третьей строчке учтено, что вектор магнитной индукции $\boldsymbol{B}$ и единичный вектор нормали $\hat{\boldsymbol{n}}$ к элементу поверхности $\mathrm{d}\Sigma$ являются антипараллельными ($\boldsymbol{B} \upharpoonleft\downharpoonright \hat{\boldsymbol{n}}$),

$$\omega_g = \frac{eB}{\gamma m}, \tag{1.13}$$

- циклотронная частота, $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2}}$ - лоренц-фактор.

При адиабатическом изменении параметров системы "действие" (1.11) остаётся инвариантом [29]. Следовательно, при увеличении величины магнитного поля B гирорадиус r_g будет увеличиваться таким образом, чтобы величина $\pi r_g^2 B$ оставалась постоянной. Из этого следует наличие первого адиабатического инварианта

$$\frac{p_\perp^2}{B} \simeq inv. \tag{1.14}$$

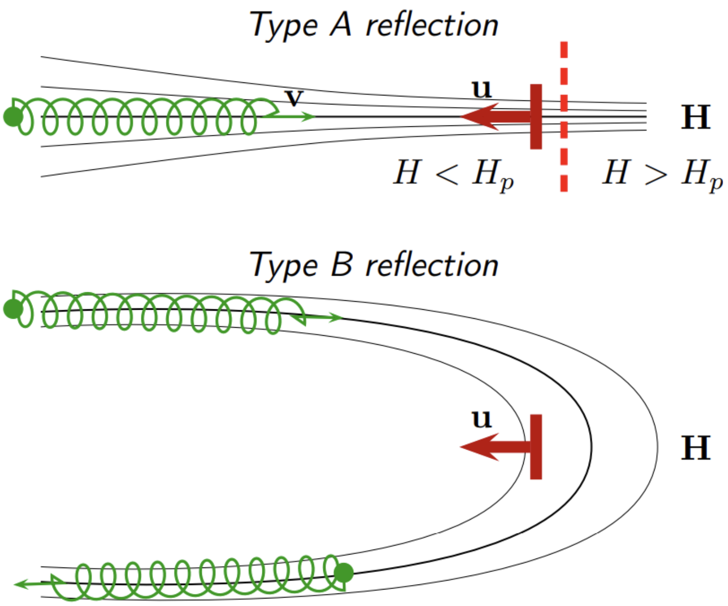


Рисунок 1.4: Столкновения с движущимися магнитными неоднородностями, приводящие к отражению частиц.

Тогда верно следующее равенство

$$\frac{p_\perp^2}{B(\boldsymbol{r})} = \frac{p^2}{B_p}, \tag{1.15}$$

где B_p - критическое значение магнитного поля. Выражение (1.15) можно переписать как

$$\sin^2 \alpha_g = \frac{B(\boldsymbol{r})}{B_p}, \tag{1.16}$$

где $\alpha_g = \arctan \dfrac{v_\perp}{v_\parallel}$ - угол наклона частицы.

В результате при достижении $B(\boldsymbol{r})$ критического значения B_p, угол движения частицы оказывается равным $\alpha_g = \dfrac{\pi}{2}$, что соответствует началу разворота частицы в данной точке и последующему её движению в обратном направлении вдоль той же силовой линии. Это так называемое отражение Ферми "типа А" (рисунок 1.4). Несколько похожий процесс происходит, когда частица движется по спирали вокруг изогнутой силовой линии (отражение Ферми "типа В"). Это так называемые "магнитные зеркала". Образуются они в результате движения частиц межзвёздного газа с вмороженными в них магнитными полями.

Таким образом, мы получили модель реально существующих в межзвёздном пространстве упругих рассеивателей заряженных частиц, которые приводят к их ускорению. Получим теперь выражение для относительного прироста энергии частицы в результате ряда стохастических рассеяний на магнитных неоднородностях, вмороженных в облако частиц межзвёздного газа. При этом будем предполагать, что движение данного облака частиц является нерелятивистским относительно скорости ускоряемой заряженной частицы.

Введём следующие обозначения. Пусть скорость "магнитного зеркала" определяется как $\boldsymbol{u}$ в лабораторной системе отсчёта (ЛСО). Также введём систему покоя "магнитного зеркала" (СП), переменные в которой будут обозначаться символом $\widetilde{(\cdot)}$. Наконец, переменные после рассеяния будут обозначаться символом $(\cdot')$.

Запишем энергию в СП до рассеяния и энергию в ЛСО после

$$\widetilde{E} = \Gamma\left(E - up_{\|}\right) \; = \Gamma E\left(1 - uv_{\|}\right), \tag{1.17}$$

$$E' = \Gamma\left(\widetilde{E}' + u\widetilde{p}'_{\|}\right) = \Gamma\widetilde{E}'\left(1 + u\widetilde{v}'_{\|}\right), \tag{1.18}$$

где $\Gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}}$.

В силу закона сохранения энергии в СП верно равенство $\widetilde{E} = \widetilde{E}'$. Следовательно

$$E' = \Gamma^2 E\left(1 - uv_{\|}\right)\left(1 + u\widetilde{v}'_{\|}\right) = \Gamma^2 E\left(1 - uv_{\|} + u\widetilde{v}'_{\|} - u^2 v_{\|}\widetilde{v}'_{\|}\right). \tag{1.19}$$

Определим углы θ и $\widetilde{\theta}'$ между $\boldsymbol{v}^\wedge\boldsymbol{u}$ и $\widetilde{\boldsymbol{v}}'^\wedge\boldsymbol{u}$ соответственно.

Относительное изменение энергии в результате одного рассеяния даётся выражением

$$\begin{aligned}\frac{\Delta E}{E} &= \Gamma^2\left(1 - uv\cos\theta + u\widetilde{v}'\cos\widetilde{\theta}' - u^2 v\widetilde{v}'\cos\theta\cos\widetilde{\theta}'\right) - 1 \\ &= \{u \ll v\} \simeq -uv\cos\theta + u\widetilde{v}'\cos\widetilde{\theta}' \\ &\simeq \{\widetilde{v}' \approx v\} \simeq uv\left(\cos\widetilde{\theta}' - \cos\theta\right).\end{aligned} \tag{1.20}$$

Следующее предположение заключается в равенстве скоростей "магнитных зеркал" по абсолютной величине и их изотропности в пространстве. Тогда вероятность рассеяться частице со скоростью $\boldsymbol{v}$ на "магнитном зеркале", имеющем скорость $\boldsymbol{u}$ будет пропорционально абсолютному значению их относительной скорости $|\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}|$

$$\mathcal{P}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{u}) = \frac{|\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}|}{A}, \tag{1.21}$$

где нормировочная константа A находится из условия полноты вероятности

$$\int_{-1}^{1} \mathcal{P}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{u}) \mathrm{d}\cos\theta = 1. \tag{1.22}$$

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{1} \frac{|\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}|}{A} \mathrm{d}\cos\theta &= \int_{-1}^{1} \frac{\sqrt{v^2-2uv\cos\theta+u^2}}{A} \mathrm{d}\cos\theta \\ &= \frac{(v+u)^3-(v-u)^3}{3vuA} \equiv 1,\end{aligned} \tag{1.23}$$

$$A = 2v\left(1+\frac{u^2}{3v^2}\right). \tag{1.24}$$

Таким образом

$$\mathcal{P}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{u}) = \frac{|\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}|}{2v\left(1+\frac{u^2}{3v^2}\right)}, \quad v > u. \tag{1.25}$$

Средний косинус угла рассеяния $\langle\cos\theta\rangle$ даётся выражением

$$\langle\cos\theta\rangle = \int_{-1}^{1} \cos\theta \mathcal{P}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{u}) \mathrm{d}\cos\theta = -\frac{u}{3v}\left(\frac{1-u^2/5v^2}{1+u^2/3v^2}\right). \tag{1.26}$$

Пренебрегая членами $\mathcal{O}\left(u^2\right)$, получаем

$$\langle\cos\theta\rangle \simeq -\frac{u}{3v}. \tag{1.27}$$

Предполагая что распределение неоднородностей магнитного поля в облаке газа является случайным, получаем что средний косинус угла вылета ускоряемой частицы равен нулю

$$\langle\cos\widetilde{\theta}'\rangle = 0. \tag{1.28}$$

Собирая вместе выражения (1.20), (1.27) и (1.28), получаем итоговое выражение для среднего относительного прироста энергии ускоряемой частицы

$$\frac{\langle \Delta E \rangle}{E} \simeq \frac{4}{3} u^2 \equiv \varkappa, \quad (v = 1). \tag{1.29}$$

Как видно, средний прирост энергии пропорционален второй степени нерелятивистских скоростей "магнитных зеркал", что дало название механизму ускорения Ферми II рода.

Получим теперь закон для энергетического спектра ускоренных частиц. Предположим, что ускоряемые частицы претерпевают рассеяние только на "магнитных зеркалах", между собой не сталкиваясь, что равносильно их малой численной плотности. При этом присутствует отток частиц из области ускорения вследствие неупругих взаимодействий или вылета частиц из области ускорения. Пусть характерное время оттока частиц τ_e не зависит от их энергии и времени их пребывания в ускорителе. Таким образом, изменение количества частиц со временем оказывается пропорционально числу этих частиц

$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = -N(t)\tau_e, \tag{1.30}$$

вследствие чего число ускоряемых частиц убывает согласно экспоненциальному закону

$$\frac{N(t')}{N(t)} = \exp\left\{ -\frac{t' - t}{\tau_e} \right\}. \tag{1.31}$$

Если начальная энергия частицы была равна E_0, то её средняя полная энергия после n шагов рассеяний $E \equiv E_n$ согласно формуле (1.29) равна

$$E = (1 + \varkappa)^n E_0, \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\ln (E/E_0)}{\ln (1 + \varkappa)}. \tag{1.32}$$

Интегральный энергетический спектр $N(> \quad E)$ определяется частицами, которые претерпели больше чем n шагов рассеяния

$$N(>E) = K \sum_{l \geq n} \exp\left\{-\frac{l\tau_c}{\tau_e}\right\} = K \exp\left\{-\frac{n\tau_c}{\tau_e}\right\} \sum_{l \geq 0} \exp\left\{-\frac{l\tau_c}{\tau_e}\right\} \tag{1.33}$$

$$= \frac{K \exp\left\{-\frac{n\tau_c}{\tau_e}\right\}}{1 - \exp\left\{-\frac{\tau_c}{\tau_e}\right\}} = \frac{K\left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\gamma}}{1 - \exp\left\{-\frac{\tau_c}{\tau_e}\right\}}, \tag{1.34}$$

где τ_c - среднее время рассеяния частиц в ускорителе,

$$\gamma = \frac{\tau_c}{\tau_e \ln(1 + \varkappa)} \approx \frac{\tau_c}{\tau_e \varkappa}, \quad \varkappa \propto u^2 \ll 1, \tag{1.35}$$

K - нормировочная константа, определяющаяся из начального условия $N(> E_0) = N_0$

$$K = N_0 \left[1 - \exp\left\{-\frac{\tau_c}{\tau_e}\right\}\right], \tag{1.36}$$

где N_0 - число частиц, присутствующих в области ускорения в начальный момент времени.

Собирая всё вместе, получаем итоговое выражение для интегрального энергетического спектра

$$N(>E) = N_0 \left(\frac{E_0}{E}\right)^{\gamma}. \tag{1.37}$$

Наконец, получим итоговый дифференциальный спектр $N(E)$

$$N(E) \equiv -\frac{\mathrm{d}N(>E)}{\mathrm{d}E} = \frac{\gamma N_0}{E_0}\left(\frac{E_0}{E}\right)^{\gamma+1}, \tag{1.38}$$

что приводит к наблюдаемому степенному спектру.

1.1.2. Механизм ускорения Ферми I рода

Ускорение заряженных частиц может происходить в процессе их пересечения фронта ударной волны, образующейся в результате, например, взрыва сверхновой или от мощных гамма всплесков. При этом рассеивателями служат те же объекты, речь о которых шла в предыдущем разделе. Это магнитные неоднородности Ферми типа A и B (рисунок 1.4), которые вморожены в поток частиц. Их распределение

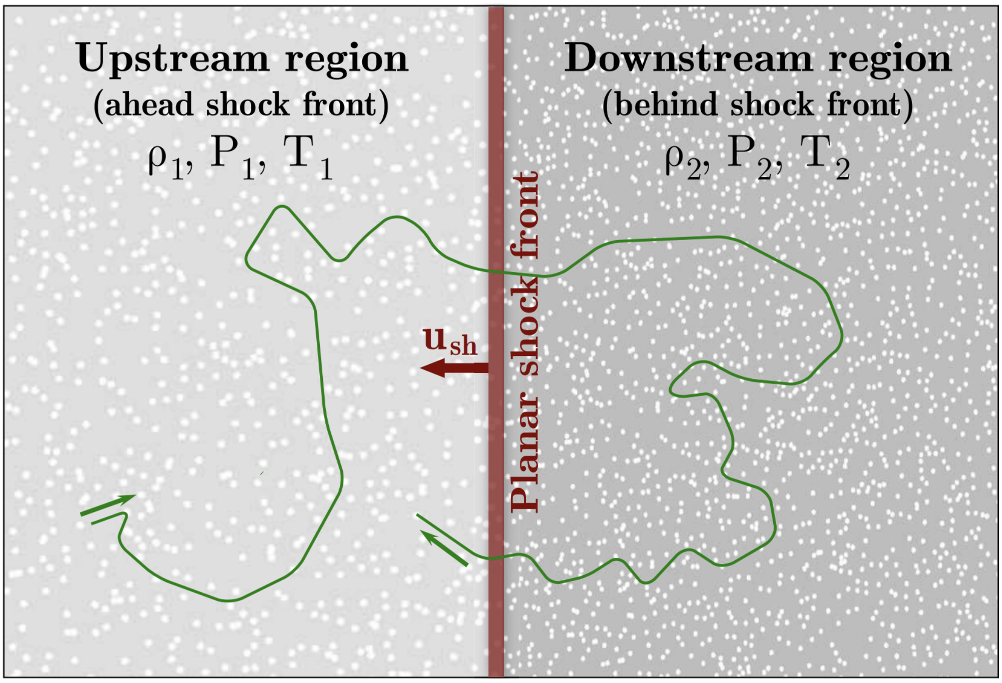


Рисунок 1.5: Фронт ударной волны и его пересечение ускоряемой частицей. Белые пятна представляют собой магнитные неоднородности, на которых происходит рассеяние частицы.

по обе стороны фронта ударной волны считается случайным. Другое предположение, на основе которого будут получены нижеследующие результаты, заключается в рассмотрении плоского нерелятивистского фронта ударной волны. Наконец, предполагается диффузное рассеяние частиц в средах по обе стороны фронта, без неупругих взаимодействий. Характеристиками среды служат плотность ρ_i, давление p_i, температура θ_i, энтальпия h_i и скорость магнитных неоднородностей u_i, $i = 1, 2$, где i показывает индекс среды относительно фронта ударной волны. Схематическое изображение процесса пересечения ускоряемой частицы фронта ударной волны представлено на рисунке 1.5.

В начале рассмотрения данного типа ускорения получим некоторые вспомогательные результаты из классической гидродинамики, частным случаем которой является газодинамика. В системе покоя фронта ударной волны верны законы сохранения массы, импульса и энергии соответственно

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2, \tag{1.39}$$

$$\rho_1 u_1^2 + p_1 = \rho_2 u_2^2 + p_2, \tag{1.40}$$

$$h_1 + \frac{1}{2}u_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}u_2^2. \tag{1.41}$$

Из закона сохранения масс (1.39) следует, что отношение скоростей восходящего и нисходящего потока частиц определяется через коэффициент степени сжатия r

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \equiv r. \tag{1.42}$$

Найдём выражение для r. Для этого перепишем левую часть закона сохранения импульса (1.40)

$$\rho_1 u_1^2 + p_1 = \rho_1 u_1^2 \left(1 + \frac{p_1}{\rho_1 u_1^2}\right) = \rho_1 u_1^2 \left(1 + \frac{c_{s,1}^2}{\gamma u_1^2}\right) = \rho_1 u_1^2 \left(1 + \frac{1}{\gamma \mathcal{M}_1^2}\right), \tag{1.43}$$

где использовано выражение скорости звука $c_{s,1}^2$ для идеального газа (ИГ)

$$c_{s,1}^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = \gamma \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_\theta = \{pv = \theta\} = \gamma \frac{p}{\rho}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}, \tag{1.44}$$

γ - показатель адиабаты (для ИГ $\gamma = \frac{5}{3}$), $\mathcal{M}_1 = \frac{u_1}{c_{s,1}}$ - число Маха. В наших предположениях (которые физически обоснованы) $\mathcal{M}_1 \gg 1$, вследствие чего

$$\frac{\rho_1 u_1^2}{\rho_2 u_2^2} = \frac{\rho_2 u_2^2 + p_2}{\rho_2 u_2^2}, \quad \Rightarrow \quad r \equiv \frac{u_1}{u_2} = 1 + \frac{1}{\gamma \mathcal{M}_2^2}. \tag{1.45}$$

Теперь присутствует две неизвестные r и $\mathcal{M}_2$ и одно уравнение. Получим второе уравнение из закона сохранения энергии

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{1}{2}u_1^2 = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{p_2}{\rho_2} + \frac{1}{2}u_2^2, \tag{1.46}$$

где использовано выражение энтальпии для ИГ

$$h_i = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_i}{\rho_i}, \quad i = 1, 2. \tag{1.47}$$

Первым членом в левой части уравнения (1.46) можно пренебречь в силу $\mathcal{M}_1 \gg 1$. Таким образом

$$\frac{\frac{1}{2}u_1^2}{\frac{1}{2}u_2^2} = \frac{\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_2}{\rho_2} + \frac{1}{2}u_2^2}{\frac{1}{2}u_2^2}, \quad \Rightarrow \quad r^2 \equiv \frac{u_1^2}{u_2^2} = 1 + \frac{2}{\gamma-1}\frac{1}{\mathcal{M}_2^2}. \tag{1.48}$$

Итого, в приближении сильной ударной волны ($\mathcal{M}_1 \gg 1$) для случая ИГ $r = 4$, $\mathcal{M}_2 = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Получим теперь выражение для среднего относительного приращения энергии ускоряемой частицы в результате её перехода из восходящего потока в нисходящий и обратно. В результате рассмотрения гидродинамических свойств среды в системе покоя фронта ударной волны был коэффициент степени сжатия r. Для описания прохождения частицы через фронт ударной волны рассмотрим теперь системы покоя восходящего (U) и нисходящего (D) потоков. Параметры, относимые системе покоя нисходящего потока D будут обозначаться символом $(\cdot')$. Рассмотрим один цикл ускорения частицы, когда она переходит из восходящего потока в нисходящий и обратно (U $\to$ D $\to$ U). Для ускоряемой частицы в потоке U магнитные неоднородности в области D будут двигаться ей навстречу с относительной скоростью $u = u_1 - u_2$, $u_1 > u_2$. При движении частицы из D в U ситуация аналогичная. В этом проявляется симметрия ускорения частиц на фронте ударных волн.

Запишем преобразование полной энергии ускоряемой частицы при переходе U $\to$ D и D $\to$ U соответственно

$$E'_{\text{in}} = \Gamma\left(E_{\text{in}} - up_{\text{in}}\cos\theta_{\text{in}}\right) = \Gamma E_{\text{in}}\left(1 - uv_{\text{in}}\cos\theta_{\text{in}}\right), \tag{1.49}$$

$$E_{\text{out}} = \Gamma\left(E'_{\text{out}} + up'_{\text{out}}\cos\theta'_{\text{out}}\right) = \Gamma E'_{\text{out}}\left(1 + uv'_{\text{out}}\cos\theta'_{\text{out}}\right), \tag{1.50}$$

где $\Gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}}$, углы θ_{in} и θ'_{out} определяются как углы между $\boldsymbol{u}{}^\wedge\boldsymbol{v}_{\text{in}}$ и $\boldsymbol{u}{}^\wedge\boldsymbol{v}'_{\text{out}}$ соответственно. По закону сохранения энергии $E_{\text{in}} = E'_{\text{out}}$.

Следовательно

$$E_{\text{out}} = \Gamma^2 E_{\text{in}} \left(1 - u v_{\text{in}} \cos\theta_{\text{in}}\right) \left(1 + u v'_{\text{out}} \cos\theta'_{\text{out}}\right) \tag{1.51}$$

$$\begin{aligned} E_{\text{out}} - E_{\text{in}} &= \Gamma^2 E_{\text{in}} \left[u \left(v'_{\text{out}} \cos\theta'_{\text{out}} - v_{\text{in}} \cos\theta_{\text{in}}\right) + u^2 \left(1 - v_{\text{in}} \cos\theta_{\text{in}} v'_{\text{out}} \cos\theta'_{\text{out}}\right)\right] \\ &\simeq \frac{u}{1-u^2} E_{\text{in}} \left[\cos\theta'_{\text{out}} - \cos\theta_{\text{in}} + u \left(1 - \cos\theta_{\text{in}} \cos\theta'_{\text{out}}\right)\right] \equiv \Delta E, \end{aligned} \tag{1.52}$$

где было использовано приближение $v_{\text{in}} \simeq v'_{\text{out}} \simeq 1$.

Предполагая, что направление движения частицы является изотропным в областях U и D вследствие случайного расположения в них магнитных неоднородностей, вероятность пересечения частицей фронта ударной волны определяется двумя составляющими: (i) число частиц, пересекающих фронт ударной волны в диапазоне зенитных углов $(\theta, \theta + \mathrm{d}\theta) \propto \sin\theta \mathrm{d}\theta$; (ii) скорость, с которой частицы пересекают фронт ударной волны $\propto v \cos\theta$

$$\mathcal{P}(\theta)\, \mathrm{d}\theta = \frac{v \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta}{A}, \tag{1.53}$$

где константа нормировки A находится из условия

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathcal{P}(\theta)\, \mathrm{d}\theta = 1. \tag{1.54}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{v \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta}{A} \mathrm{d}\theta = \frac{v}{2A} \equiv 1, \quad \Rightarrow \quad A = \frac{v}{2}, \tag{1.55}$$

откуда

$$\mathcal{P}(\theta)\, \mathrm{d}\theta = 2 \cos\theta \sin\theta \mathrm{d}\theta. \tag{1.56}$$

Найдём средние значения косинуса угла входа и выхода частицы в процессе U $\to$ D $\to$ U

$$\langle \cos\theta_{\text{in}} \rangle = \frac{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos\theta \mathcal{P}(\theta)\,\mathrm{d}\theta}{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \mathcal{P}(\theta)\,\mathrm{d}\theta} = \frac{2\int_{-1}^{0} \cos^2\theta \mathrm{d}\cos\theta}{2\int_{-1}^{0} \cos\theta \mathrm{d}\cos\theta} = \frac{1/3}{-1/2} = -\frac{2}{3} \tag{1.57}$$

$$\langle \cos\theta'_{\text{out}} \rangle = \frac{\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \mathcal{P}(\theta)\,\mathrm{d}\theta}{\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \mathcal{P}(\theta)\,\mathrm{d}\theta} = \frac{2\int_{0}^{1} \cos^2\theta \mathrm{d}\cos\theta}{2\int_{0}^{1} \cos\theta \mathrm{d}\cos\theta} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3}. \tag{1.58}$$

В результате приходим к выражению среднего относительного прироста энергии ускоряемой частицы в результате процесса U $\to$ D $\to$ U

$$\frac{\langle \Delta E \rangle}{E_{\text{in}}} \simeq \frac{4u}{3(1-u^2)}\left(1 + \frac{13}{12}u\right) \simeq \frac{4}{3}u \equiv \varkappa, \quad u \ll 1. \tag{1.59}$$

Аналогичный результат получается для симметричного процесса D $\to$ U $\to$ D.

Мы получили положительный прирост энергии ускоряемой частицы, пропорциональный первой степени относительной скорости движения восходящего и нисходящего потоков u. Эта зависимость дала название механизму ускорения Ферми I рода.

Получим теперь интегральный и дифференциальный энергетический спектр ускоряемых частиц. В противовес симметрии взаимодействия частиц из области U/D с магнитными неоднородностями из противоположной области D/U, на чём был основан предыдущий вывод, можно выделить асиметрию в пересечении частицами фронта ударной волны. А именно, она заключается в том, что в системе покоя восходящего потока фронт ударной волны движется со скоростью u_1 на встречу частице из области U, в результате чего она всегда пересечёт плоский фронт ударной волны. В системе покоя нисходящего покоя фронт ударной волны движется от частицы из области D со скоростью u_2, вследствие чего частица может выйти из области ускорения, двигаясь в противоположную сторону движению фронта ударной волны.

В результате прохождения одного цикла ускорения U $\to$ D $\to$ U частицей с начальной энергией E_0, она приобретает энергию

$$E_1 = (1 + \varkappa)\,E_0. \tag{1.60}$$

После n циклов ускорения энергия становится равной

$$E_n = (1 + \varkappa)^n E_0, \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\ln(E_n/E_0)}{\ln(1+\varkappa)}. \tag{1.61}$$

С другой стороны, число частиц, оставшихся в процессе ускорения после n шагов, даётся выражением

$$N(> E_n) \equiv N_n = (1 - \mathcal{P}_{\rm esc})^n N_0, \tag{1.62}$$

где N_0 - число частиц в начальный момент времени, $\mathcal{P}_{\rm esc}$ - вероятность выхода частиц из процесса ускорения.

Вернёмся в систему покоя фронта ударной волны. В ней поток частиц, покидающих процесс ускорения определяется формулой

$$j_e = n_0 u_2, \tag{1.63}$$

где $n_0 \approx cons't$ - плотность ускоренных частиц.

С другой стороны поток частиц, пересекающих фронт ударной волны из области U в D и начинающих цикл ускорения, даётся выражением

$$j_i = \frac{n_0}{4\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} v\cos\theta\sin\theta \mathrm{d}\theta = \frac{n_0 v}{2}\int_{-1}^{0}\cos\theta \mathrm{d}\cos\theta = \frac{n_0}{4}v, \tag{1.64}$$

где предполагается изотропное распределение частиц в области U, вследствие чего плотность ускоряемых частиц в телесном угле $\mathrm{d}\Omega$ даётся выражением $\mathrm{d}n = \dfrac{n_0}{4\pi}\mathrm{d}\Omega$.

Таким образом, вероятность выхода частиц из процесса ускорения $\mathcal{P}_{\rm esc}$ записывается как

$$\mathcal{P}_{\rm esc} = \frac{j_e}{j_i} = \frac{n_0 u_2}{n_0 v/4} = 4\frac{u_2}{v} \overset{(1.42)}{=} \frac{4}{r}\frac{u_1}{v} \ll 1. \tag{1.65}$$

В результате получаем степенной интегральный энергетический спектр частиц $N(> E)$

$$N(> E) = N_0\left(\frac{E_0}{E}\right)^{\gamma}, \quad \gamma = -\frac{\ln(1-\mathcal{P}_{\rm esc})}{\ln(1+\varkappa)}, \tag{1.66}$$

откуда дифференциальный спектр даётся выражением

$$N(E) \equiv -\frac{\mathrm{d}N(>E)}{\mathrm{d}E} = \frac{\gamma N_0}{E_0}\left(\frac{E_0}{E}\right)^{\gamma+1}. \tag{1.67}$$

Выражение для спектрального индекса γ можно упростить, приняв во внимание условия $\mathcal{P}_{\mathrm{esc}} \ll 1$ и $\varkappa \ll 1$

$$\gamma = -\frac{\ln(1-\mathcal{P}_{\mathrm{esc}})}{\ln(1+\varkappa)} \simeq \frac{\mathcal{P}_{\mathrm{esc}}}{\varkappa} = \frac{4/r \cdot u_1/v}{4/3 \cdot u} = \frac{3}{rv}\frac{r}{r-1} = \{v \approx 1\} \simeq \frac{3}{r-1} \tag{1.68}$$

1.1.3. Обсуждение механизмов ускорения

В представленных выше двух разделах были подробно описаны механизмы ускорения Ферми I и II рода. Первый механизм возникает в результате рассеяния частиц на магнитных неоднородностях в потоке межзвёздного вещества, так называемые "магнитные зеркала", что дало название механизма стохастического ускорения на магнитных облаках [5]. Второй же механизм получил название диффузионного ускорения на ударных волнах [4, 30], вследствие приобретения частицей энергии в процессе пересечение фронта ударной волны. Оба типа механизмов дают степенной энергетических спектр ускоряемых частиц, который наблюдается в экспериментах по изучению КЛ. Однако по отдельности эти механизмы не объясняют экспериментально наблюдаемые значения спектрального индекса $\gamma = 2.7$ и $\gamma = 3.1$. Для механизма стохастического ускорения на магнитных облаках спектральный индекс для дифференциального энергетического спектра даётся выражением

$$\gamma + 1 = \frac{\tau_c}{\tau_e \varkappa} + 1, \quad \varkappa = \frac{4}{3}u^2 \ll 1, \tag{1.69}$$

где τ_c - среднее время рассеяния частиц на "магнитных зеркалах", τ_r - характерное время оттока частиц из области ускорения, u - нерелятивистская скорость движения магнитных неоднородностей. Следовательно, для воспроизведения наблюдаемого значения

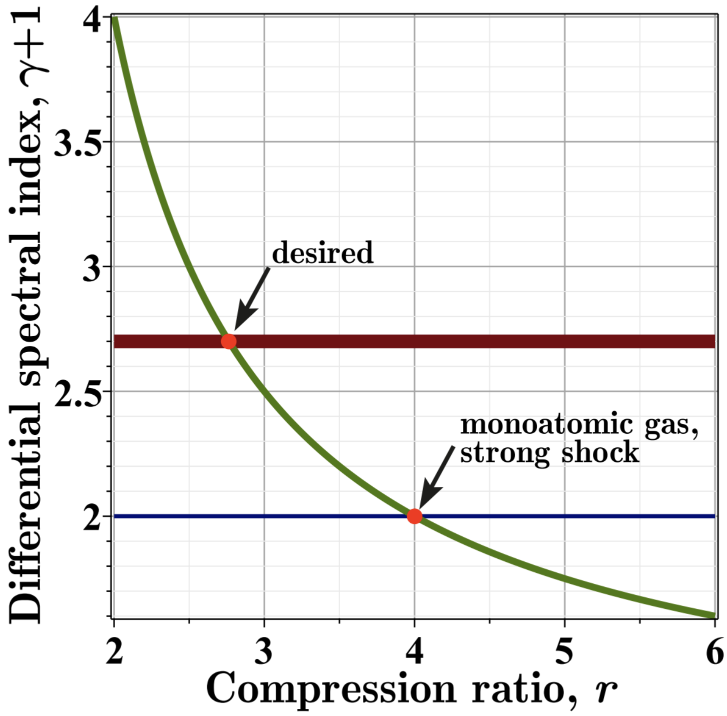


Рисунок 1.6: Зависимость спектрального индекса $\gamma + 1$ степенного дифференциального энергетического спектра частиц в модели механизма диффузионного ускорения на ударных волнах от коэффициента степени сжатия r.

спектрального индекса должно выполняться условие

$$\tau_c \sim \tau_e \varkappa \ll \tau_e, \tag{1.70}$$

означающее, что частота столкновений частиц с магнитными неоднородностями должна быть много больше, чем частота процессов, приводящих к выходу частиц из ускорителя, что кажется труднодостижимым.

Механизм диффузионного ускорения на ударных волнах, в свою очередь, предсказывает спектральный индекс в соответствии с формулой

$$\gamma + 1 = \frac{r+2}{r-1}, \tag{1.71}$$

где $r = \dfrac{\rho_2}{\rho_1}$ - коэффициент степени сжатия среды, ρ_1 - плотность вещества восходящего потока, ρ_1 - плотность вещества нисходящего потока относительно фронта ударной волны. Для случая ИГ и сильной ударной волны ($\mathcal{M}_1 \gg 1$) коэффициент степени сжатия $r = 4$, что приводит к значению спектрального индекса для дифференциального энергетического спектра $\gamma + 1 = 2$ (рисунок 1.6). Данное значение получено в рамках упрощённой модели, включающей в себя теорию нерелятивистской гидродинамики, модель идеального газа, приближение сильной плоской ударной волны и другие. При иных допущениях (например, в случае слабой ударной волны, $\mathcal{M}_1 \geq 1$) коэффициент степени сжатия может оказаться $r < 4$.

Представленные выше механизмы ускорения частиц КЛ стандартно рассматриваются как основные, но не единственные. Существует множество моделей ускорения частиц во Вселенной, список которых не перестаёт дополняться. Из них можно выделить различные нелинейные модификации диффузионного ускорения на ударных волнах [31], механизм магнитного пересоединения [6], турбулентные явления [7] и другие.

Нахождение механизмов (или их совокупности), которые смогут в полной мере воспроизвести наблюдаемый степенной закон спектра космических лучей представляется одной из первостепенных задач, стоящих перед современной астрофизикой. Исследование спектра астрофизических нейтрино, которые рождаются непосредственно в области ускорения частиц в астрофизических объектах, может пролить свет на данные явления и помочь существенно продвинуть наше понимание происходящих в них процессах.

1.2. Роль нейтрино в многоканальной астрономии

Астрофизические нейтрино, наряду с другими источниками информации об астрофизических процессах, такими как электромагнитное излучение в широком диапазоне частот $[10^6, 10^{30}]$ Гц, КЛ и гравитационные волны. Основное преимущество нейтрино заключается в их слабом взаимодействии с веществом, что позволяет им покидать астрофизические источники ранее, чем фотоны и заряженные частицы КЛ. Благодаря этому, а также их чрезвычайно малой массе и отсутствию электрического заряда, нейтрино могут преодолевать макрокосмические расстояния, при этом их траектории остаются практически неизменными.

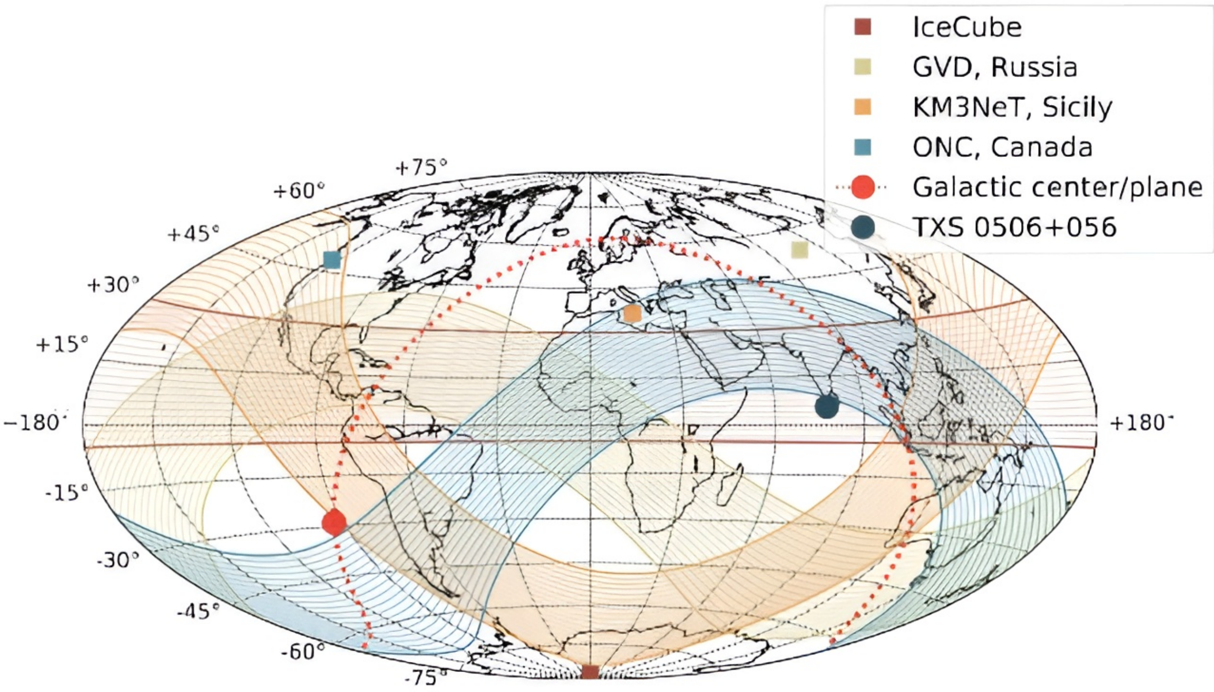


Рисунок 1.7: Текущие и планируемые нейтринные телескопы (квадраты) с их углом обзора (поверхности), в котором нейтрино выскоих энергий не будут претерпевать поглощение в реуэльтате прохождения через Землю. Точками обозначены потенциальные источники астрофизических нейтрино.

Благодаря этим особенностям астрофизические нейтрино могут служить в качестве инструмента для оповещения о крупномасштабных астрофизических событиях. Раннее обнаружение нейтрино от таких событий может позволить перенастроить телескопы, работающие в электромагнитном диапазоне, на область происхождения нейтрино, что позволяет произвести наиболее полный сбор данных о спектрах частиц, рождающихся в источнике, и их особенностях. Таким образом, нейтрино предоставляют уникальную возможность для комплексного наблюдения астрофизических явлений, дополняя информацию, получаемую с помощью других методов наблюдения.

Нейтринные телескопы обладают неустранимым фоном, обусловленным взаимодействием КЛ с атмосферой Земли, что приводит к генерации атмосферных нейтрино и мюонов. Для эффективного подавления этого фона применяется анализ восходящего потока нейтрино, то есть нейтрино, приходящих в детектор из-под поверхности Земли.

Этот подход значительно ограничивает угол обзора нейтринных телескопов, исключая возможность наблюдения за всем небосводом, как иллюстрируется на рисунке 1.7.

Однако, данная проблема может быть решена путём создания сети нейтринных телескопов, размещённых в различных полушариях Земли. Эта задача осуществляется в рамках проекта Global Neutrino Network (GNN) [32], который способствует оперативному обмену оповещениями о зарегистрированных нейтринных событиях и координации действий между коллаборациями Baikal-GVD, IceCube и KM3NeT. Благодаря работе GNN, угол обзора объединённой сети нейтринных телескопов охватывает практически весь небосклон, обеспечивая непрерывный мониторинг астрофизических событий высоких энергий в нейтринном спектре.

2. Эксперимент Baikal-GVD

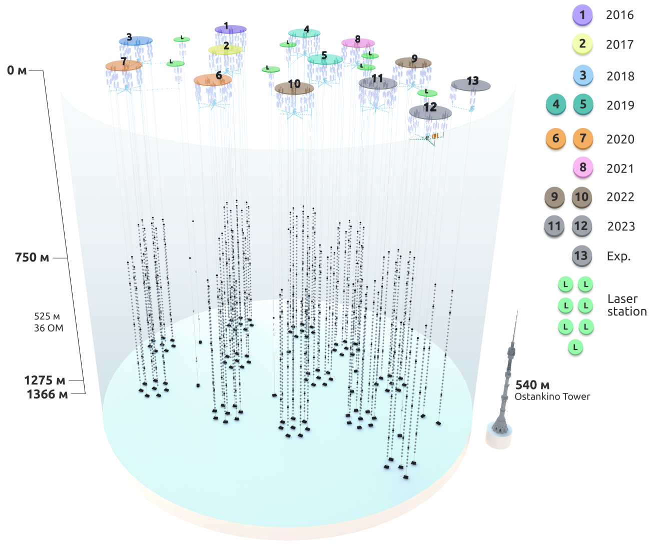
Нейтринный телескоп Baikal-GVD располагается в северном полушарии на озере Байкал (51°46′N, 104°23′E) [33, 34]. В месте расположения нейтринного телескопа глубина озера составляет примерно 1366 м. Конструкция телескопа организована в виде независимых структурных единиц, называемых кластерами, которые представляют собой автономные детекторы, каждый из которых состоит из семи струн оптических модулей (ОМ), размещенных в вершинах правильного гептагона с длиной стороны 60 метров и одной центральной струны.

На каждой струне установлено 36 ОМ, расположенных на равных расстоянии 15 м друг от друга. Нижний ОМ размещён на глубине 1275 м, а верхний ОМ находится примерно в 750 метрах от поверхности озера. Таким образом, средний радиус кластера составляет 60 м, а его высота - 525 м. Струны фиксируются на дне озера с помощью якорей, а их вертикальное положение поддерживается системой буёв.

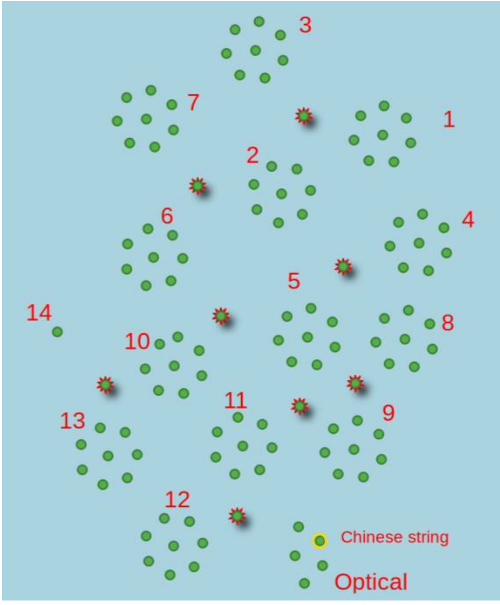
Для мониторинга положения ОМ используются акустические модемы (АМ), расположенных по 4 устройства на каждой струне. ОМ подразделяются на независимо управляемые секции, каждая из которых содержит 12 ОМ. Управление каждой секцией осуществляется через управляющий модуль секции, который обеспечивает питание и преобразует сигналы фотоэлектронных умножителей (ФЭУ) в цифровой формат с частотой 200 МГц. Три управляющих модуля секций, в свою очередь, подключаются к центральному модулю струны.

Каждый ОМ представляет собой герметичную стеклянную сферу, способную выдерживать высокое давление и состоящую из двух полусфер, внутри которой размещён 10-дюймовый ФЭУ Hamamatsu R7081-100 (квантовая эффективность 35% при 390 нм), а также высоковольтный источник питания и интерфейсная электроника. Кроме того, ОМ оснащён калибровочными светодиодами и различными датчиками, включая акселерометр/тильтметр, компас, датчик давления, влажности и два датчика температуры.

Модули струн нейтринного телескопа Baikal-GVD подключаются к центральному модулю кластера, который соединяется через электронно-



(a) Схематическое изображение Baikal-GVD на момент 2023 года



(b) Вид сверху на Baikal-GVD на момент 2024 года

Рисунок 2.1: (a) Схематическое изображение Baikal-GVD. Легенда справа представляет информацию о дате размещения соответствующего кластера. (b) Зелёные точки обозначают струны кластеров, звёздочки - дополнительные межкластерные струны (МКС) с лазерными источниками. Справа снизу показан экспериментальный кластер с оптоволоконным кабелем и китайскими 23-дюймовыми оптическими модулями.

оптический кабель с береговой станцией. Центральный модуль кластера отвечает за синхронизацию струн, триггер кластера и передачу собранных данных на берег. Кластеры размещены на расстоянии приблизительно 300 м друг от друга. В целях повышения чувствительности к нейтринным каскадоподобным событиям с 2022 года устанавливаются дополнительные межкластерные струны (МКС) в центре каждой тройки кластеров.

Каждый кластер функционирует независимо, что позволяет осуществлять как анализ данных в рамках одного кластера, так и многокластерный совместный анализ. Стандартный однокластерный триггер способствует подавлению фонового шума, вызванного люминесценцией воды и темновым током фотоэлектронных умножителей (ФЭУ). При этом пропускная способность подводной сети ограничена скоростью 5.7 Мбит/с, а максимальная частота отклика кластера для передачи данных на береговую станцию составляет 200 Гц. Активация однокластерного триггера происходит при срабатывании двух соседних ОМ в одной секции в течение 100-секундного временного окна, с минимальной средней амплитудой сигнала около 3.5 фотоэлектронов для одного ОМ и 1.7 фотоэлектронов для другого. Если данное условие выполняется, происходит запись данных со всех ОМ кластера в течение 5 мкс. Затем данные передаются на берег по гибридному волоконно-оптическому кабелю длиной 7 км со скоростью 1 Гбит/с.

Временная калибровка ОМ осуществляется с использованием калибровочных светодиодных источников света, излучающих на длине волны 470 нм импульсы продолжительностью 5 нс. Интенсивность импульсов варьируется от нескольких фотонов до 10^8 фотонов в импульсе, формируя конус с углом наклона 15°, который может быть обнаружен с помощью ОМ на расстоянии до 100 м. Каждый ОМ содержит два направленных вверх светодиодных источника. Для временной калибровки в пределах одного кластера используются две горизонтальные светодиодные матрицы по 5 светодиодов в каждой, которые установлены в 12 ОМ на центральной и двух периферийных струнах. Точность временной калибровки составляет около $2-3$ нс. Лазерные источники, установленные на МКС, используются для временной калибровки между кластерами. Данный лазер генерирует импульсы с длиной волны 532 нм и длительностью 1 нс, достигая максимальной интенсивности в 10^{15} фотонов. Фотоны проходят через световод в рассеиватель, образуя квазиизотропный источник света. Эти лазеры используются не только для временной калибровки близлежащих кластеров, но и для анализа и мониторинга оптических свойств воды в окрестностях расположения нейтринного телескопа Baikal-GVD. Таким образом, синхронизация времени между кластерами позволяет достичь точности измерений относительного времени отклика ОМ в различных кластерах с точностью около 2 нс, что сопоставимо с точностью синхронизации в пределах одного кластера.

3. Программный комплекс NTSim

Программный комплекс `NTSim` (Neutrino Telescope Simulation) представляет собой инструмент для моделирования нейтринных взаимодействий, разработки нейтринных телескопов и расчёта их отклика. В его задачи входит конструирование различных геометрий существующих нейтринных телескопов, а также проектирование оптимальных конфигураций расположения оптических детекторов для будущих поколений нейтринных телескопов.

После выбора геометрии нейтринного телескопа, осуществляется генерация интересующих событий, таких как поток астрофизических нейтрино или групп атмосферных мюонов. В процессе взаимодействия этих частиц с веществом в объёме детектора происходит генерация черенковских фотонов, которые затем регистрируются оптическими модулями (ОМ) нейтринного телескопа.

Конечным результатом моделирования в `NTSim` является набор данных о сработавших ОМ, или в принятой терминологии, "хитах". "Хиты" содержат информацию о времени срабатывания ОМ и количестве образовавшихся фотоэлектронов. Эти данные используются для последующего анализа событий и реконструкции направления прилёта частиц и выделенной ими энергии в пределах объёма детектора.

Программный комплекс `NTSim` базируется на трёх основополагающих принципах, определяющих его структуру и функциональность. Первый принцип заключается в балансе между качеством моделирования и его эффективностью. Это достигается за счёт параметризации высокоэнергетических электромагнитных ливней, быстрой генерации черенковских фотонов сразу для всего события в целом, а также применения новых методов для описания распространения света в прозрачных средах и быстрого определения сработавших ОМ.

Второй принцип связан с модульной организацией структуры `NTSim`, что позволяет пользователям интегрировать собственные модули в общую архитектуру `NTSim`, тем самым расширяя возможности и адаптивность системы под конкретные исследовательские задачи.

Третий принцип представляет собой разработку удобного для пользователя интерфейса (GUI), реализованного на языке программирования Python. Процесс моделирования может быть запущен через командную строку терминала системы, с использованием конфигурационного файла или через GUI, который предоставляет быстрый доступ ко всем модулям и их параметрам. Дополнительно, разработан визуальный мультифункциональный интерфейс `VIOLINE`, предназначенный для наглядного отображения моделированных событий в нейтринном телескопе, что значительно упрощает анализ результатов моделирования.

Разработанный на основе модульного подхода и реализованный на языке Python, `NTSim` обеспечивает отличную масштабируемость и гибкость в работе. Структура `NTSim` базируется на системе независимых модулей, каждый из которых отвечает за определённую часть симуляции. Связь отдельных модулей в единую цепочку моделирования происходит автоматически в центральном модуле `NTSim`, который также обеспечивает конфигурацию модулей и чтение входящих от пользователя параметров, заданных через командную строку или конфигурационный файл.

Каждый модуль в `NTSim` включает в себя два обязательных подмодуля: (i) `Base` выступает в роли базового абстрактного класса, определяющего общую структуру модуля через абстрактные методы и позволяющий задать параметры модуля; (ii) `Factory` отвечает за автоматическое определение присутствующих в `NTSim` реализаций каждого модуля и их интеграцию в общую цепочку моделирования. Такая архитектура позволяет пользователям создавать собственные реализации модулей, наследуя от базовых классов и добавляя уникальные параметры, и в то же время избегать глубокого погружения во внутреннюю структуру `NTSim`.

В `NTSim` пользователь оперирует с помощью объектов, таких как `gParticles`, `gTracks`, `gPhotons`, `gHits` и `gEvent`, каждый из которых инкапсулирует данные о частицах, треках, фотонах, срабатываниях ОМ и о событии в целом соответственно, и предоставляет интерфейс для обработки информации различными модулями. Объекты `gParticles` и `gTracks` включают в себя данные об образовавшихся частицах

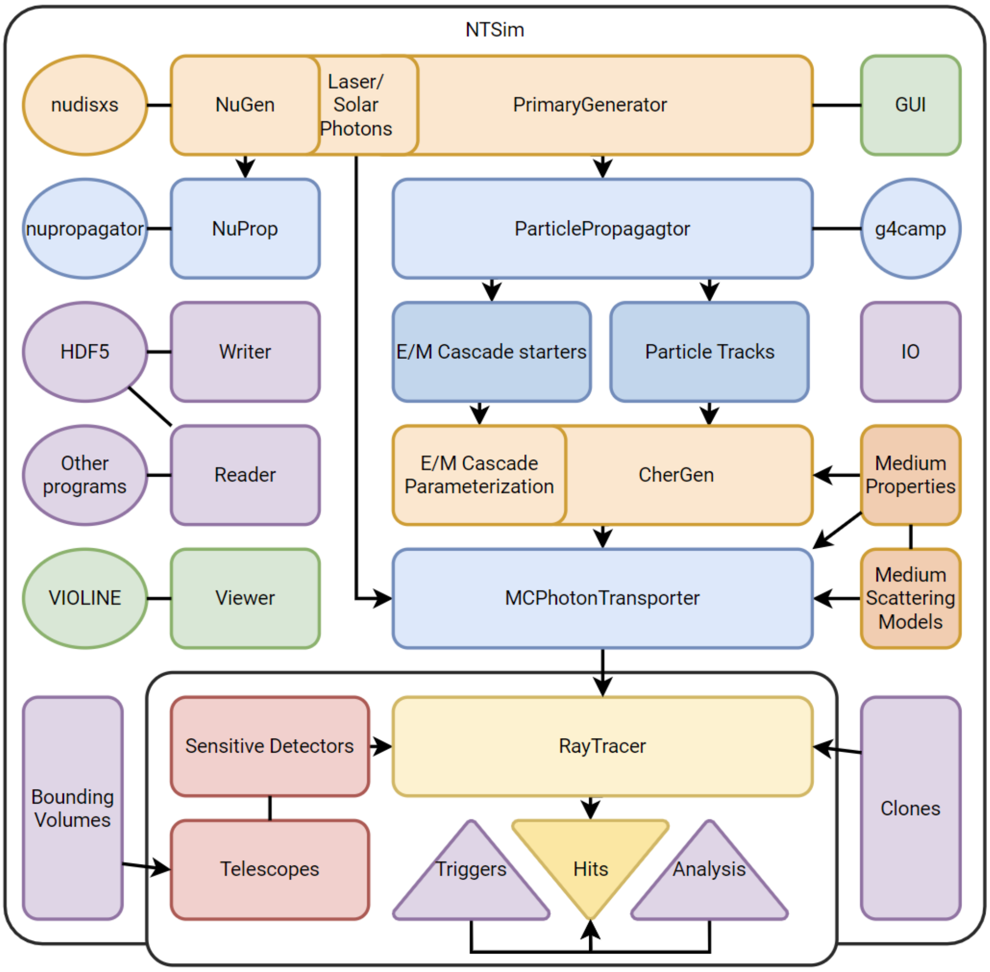


Рисунок 3.1: Общая цепочка моделирования в `NTSim`.

и их распространении через среду, включая тип частицы, энергию, положение, время генерации и направление движения. `gPhotons` содержит информацию о количестве образовавшихся фотонов и положении, направлениях движения и временах прихода, а также о шагах рассеяния и длинах волн. `gHits` содержит сведения о сработавших ОМ, времени их срабатывания и среднем количестве выделившихся фотоэлектронов. Наконец, `gEvent` собирает все упомянутые объекты, относящиеся к конкретному событию и предоставляет к ним доступ всем модулям `NTSim`.

Общая структура `NTSim` представлена на рисунке 3.1. Инициализация всей цепочки моделирования происходит в модуле `PrimaryGenerator`, который образует первичные частицы, которые затем передаются в `ParticlePropagator`, где происходит их транспорт через среду детектора. Генерация черенковских фотонов осуществляется в модуле `CherGen`, тогда как их распространение происходит в `MCPhotonTransporter`. И в конце цепочки моделирования находится `RayTracer`, который определяет срабатывание оптических модулей нейтринного телескопа.

Каждый модуль в `NTSim` имеет свои реализации, оптимизированные под различные задачи. Применение программного комплекса `NTSim` простирается в широких пределах, от генерации спектра солнечных фотонов на поверхности озера Байкал до моделирования потока астрофизических нейтрино, проходящих через толщу Земли. Для реализации своей конкретной задачи пользователь может дополнить любой из представленных модулей своим классом, который будет автоматически включён в цепочку моделирования.

Основная цепочка моделирования дополняется вспомогательными модулями, которые обеспечивают внутреннюю структуру `NTSim`. Объекты, представляющие собой структуры данных, включены в модуль `IO`, запись результатов моделирования в HDF5 файл осуществляется в модуле `Writer`, а для интуитивного запуска моделирования и визуализации событий используются графический интерфейс `GUI` и визуальный мультифункциональный интерфейс `VIOLINE` соответственно. Общая структура выходного HDF5 файла представлена в приложении A., тогда как примеры визуализации различных событий и топологий нейтринных телескопов можно найти в приложении B..

4. Генераторы первичных взаимодействий

Перечислим основные модули `NTSim`, которые включены в главную цепочку моделирования. Инициализацию всего процесса задаёт `PrimaryGenerator`, ответственный за генерацию первичной вершины взаимодействия. Данный модуль создаёт первоначальную частицу (или поток частиц), которые помещаются в `gParticles`.

Процесс генерации вершины первичного взаимодействия осуществляется либо по заданным пользователем координатам, либо в результате розыгрыша в заданном объёме. Стандартный объём генерации в `NTSim` представляет собой два коаксиальных цилиндра, соответствующих дну озера Байкал и водяному столбу над ним, с заданным равномерным распределением. Выбор генерации вершины взаимодействия между цилиндрами вычисляется исходя из плотности вещества ρ_i в каждом i-ом цилиндре. Пользователь может задать произвольную последовательность n цилиндров с различными размерами и плотностями или внедрить собственный объём для генерации взаимодействий.

Для увеличения статистики по событиям и уменьшения дисперсии применяется метод выборки объёмов генерации по их значимости. Каждый коаксиальный цилиндр представляется в виде m цилиндрических слоёв, каждому из которых приписывается его значимость p_j, $j = \overline{1,m}$. Затем происходит перевзвешивание среднего числа зарегистрированных событий по формуле (в предположении азимутальной симметрии)

$$\begin{aligned} E\left[X\right] &= \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi}\mathrm{d}\varphi \int_{h_1}^{h_2} \frac{1}{h_2-h_1} \int_0^R x(r,z)\frac{2\pi r}{\pi R^2}\mathrm{d}r\mathrm{d}z \\ &= \int_{h_1}^{h_2} \frac{1}{h_2-h_1} \sum_{j=1}^{m} \int_{R_{j-1}}^{R_j} \frac{R_j^2-R_{j-1}^2}{R^2} x(r,z)\frac{2r}{R_j^2-R_{j-1}^2}\mathrm{d}r\mathrm{d}z \\ &= \int_{h_1}^{h_2} \frac{1}{h_2-h_1} \sum_{j=1}^{m} p_j \underbrace{\int_{R_{j-1}}^{R_j} \omega_j(r) x(r,z)\frac{2r}{R_j^2-R_{j-1}^2}\mathrm{d}r\mathrm{d}z}_{E_j[\omega_j X]}, \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\sum_{j=1}^{m} p_j = 1, \quad \omega_j(r) = \frac{R_j^2-R_{j-1}^2}{p_j R^2}. \tag{4.2}$$

Здесь h_1, h_2 - нижняя и верхняя границы цилиндра по оси Oz, R - радиус

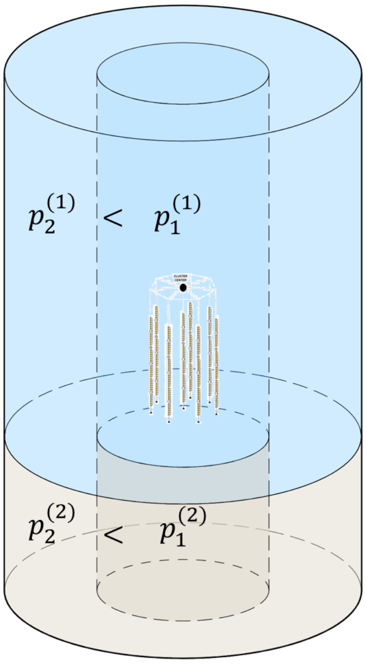


Рисунок 4.1: Метод выборки по значимости объёма. Представлен случай двух коаксиальных цилиндров, символизирующих столб воды и земную кору (синий и коричневый цилиндры соответственно). Также используется разбиение каждого цилиндра на два цилиндрических слоя с различной вероятностью.

цилиндра, $E_j\left[\omega_j X\right]$ соответствует взвешенному среднему по равномерному распределению внутри j-го цилиндрического слоя $z \in [h_1, h_2]$, $r_j \in (R_{j-1}, R_j]$, $j = \overline{1, m}$, $R_0 = 0$, $R_m = R$.

Из сказанного выше следует, что розыгрыш вершины взаимодействия для произвольной геометрии стандартного объёма генерации осуществляется в соответствии с составной плотностью распределения

$$f(r, \varphi, z) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \rho_i} \sum_{i=1}^{n} \rho_i \frac{1}{h_i - h_{i-1}} \frac{1}{2\pi} \left\{ \sum_{j=1}^{m} p_j^{(i)} \frac{2r}{R_j^{(i)2} - R_{j-1}^{(i)2}} \cdot \left[r \in (R_{j-1}^{(i)}, R_j^{(i)}] \right] \right\} \left[z \in (h_{i-1}, h_i] \right], \tag{4.3}$$

где $h_0 = 0$, $[\cdot]$ - скобки Айверсона

$$[\cdot] = \begin{cases} 1, \cdot -\text{утверждение истинно}, \\ 0, \cdot -\text{утверждение ложно}, \end{cases} \tag{4.4}$$

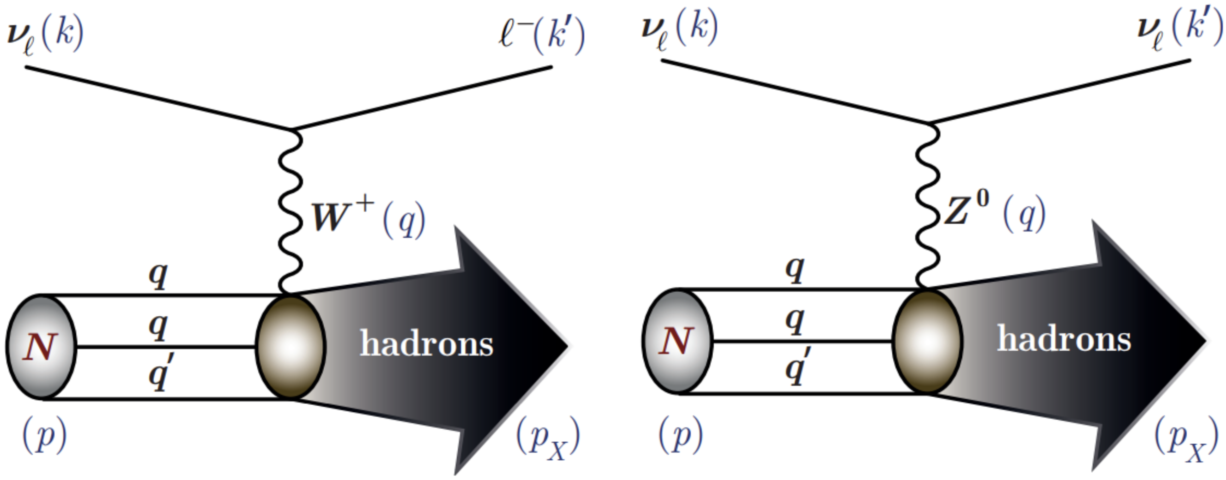
а событию будет приписываться вес $\omega_j^{(i)} = \dfrac{R_j^{(i)2} - R_{j-1}^{(i)2}}{p_j^{(i)} R^{(i)2}}$. Схематическое изображение описанного метода выборки по значимости объёма представлено на рисунке 4.1.

4.1. Нейтринный генератор `NuGen`

`NuGen` представляет собой генератор для моделирования первичных нейтринных взаимодействий, базирующийся на интегрированных программных пакетах **`nupropagator`** [19] и **`nudisxs`** [18], созданных специально для использования в `NTSim` и имеющих открытый доступ. В области нейтринной астрономии исследуются процессы, характеризующиеся энергиями выше 100 ГэВ, что соответствует режиму глубоко неупругого рассеяния нейтрино на нуклонах (рисунок 4.2). При таких энергиях нейтрино способны различать внутреннюю структуру нуклонов и взаимодействовать непосредственно с составляющими адронов - партонами. Распределение партонов внутри нуклонов описывается с помощью партонных функций распределения (Parton Distribution Functions, PDFs).

Сечение взаимодействия нейтрино с нуклонами является доминирующим на несколько порядков по сравнению с их рассеянием на электронах практически во всём диапазоне энергий, интересных для нейтринной астрономии. Исключение составляет узкий пик около 6.33 ПэВ, соответствующий резонансному рассеянию электронных антинейтрино на электронах $\overline{\nu}_e e^- \to W^-$ (резонанс Глэшоу) [35]. Хотя `NuGen` включает данные о сечениях рассеяния нейтрино всех флейворов на нуклонах и электронах, в данной работе будет рассмотрено только рассеяние мюонных нейтрино и антинейтрино $(\nu_\mu + \overline{\nu}_\mu)$ на нуклонах через заряженный (CC) и нейтральный (NC) токи. Мюонные нейтрино выбраны как особо интересные события для целей реконструкции их направления прилёта и последующей идентификации астрофизических источников нейтрино.

Дифференциальное сечение взаимодействия глубоко неупругого



(a) Заряженный ток (b) Нейтральный ток

Рисунок 4.2: Схематическое изображение инклюзивного процесса глубоко неупругого рассеяния нейтрино на нуклоне. В скобках обозначены соответствующие 4-импульсы частиц.

рассеяния нейтрино на нуклоне определено в `nudisxs` и даётся выражением [36]

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma^{\nu(\overline{\nu})p(n)}_{\mathrm{CC/NC}}}{\mathrm{d}x\mathrm{d}y} = \frac{G_F^2}{2\pi}s\left(1+\frac{Q^2}{M^2_{W/Z}}\right)^{-2}\mathcal{R}^{\nu(\overline{\nu})p(n)}_{\mathrm{CC/NC}}, \tag{4.5}$$

$$\mathcal{R}_{\mathrm{CC/NC}} = \sum_{i=1}^{5} A_{\mathrm{CC/NC},i}(x,y)F_i^{\nu(\overline{\nu})p(n)}(x,Q^2), \tag{4.6}$$

где G_F - константа Ферми, $M_{W/Z}$ - масса переносчика электрослабого взаимодействия, в зависимости через какой ток провзаимодействовало нейтрино (заряженный или нейтральный). Лоренц-инвариантными величинами являются переменные $s = (k+p)^2$ - квадрат энергии в системе центра масс, где k, p - 4-импульсы налетающего нейтрино и нуклона-минени соответственно, $Q^2 = -q^2 = -(k-k')^2$ - квадрат переданного 4-импульса, равного квадрату разности 4-импульса нейтрино k и конечного лептона k'. Наконец, переменные Бьёркена x и y, которые выражают собой долю 4-импульса нуклона, переносимого партоном и долю энергии налетающего лептона в лабораторной системе, потеряную в результате взаимодействия соответственно, даётся выражениями

$$x = \frac{Q^2}{2p\cdot q}, \quad y = \frac{p\cdot q}{p\cdot k}. \tag{4.7}$$

Кинематические ограничения на переменные x и y могут быть найдены при введении 4-псевдовектора

$$N_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p^\beta k^\gamma q^\delta, \tag{4.8}$$

квадрат которого является релятивистским инвариантом

$$N^2 = p^2(qk)^2 - 2(kp)(pq)(qk) + q^2(kp)^2 \leq 0, \tag{4.9}$$

или

$$\left(Q^2 + m_l^2\right)^2 + 4yE_\nu^2\left(Q^2 + m_l^2\right) - 4Q^2E_\nu^2 \leq 0, \tag{4.10}$$

где E_ν - энергия налетающего нейтрино, m_l - масска конечного лептона.

Разрешённая кинематическая область для переменной Бьёркена x определяется в результате пересечения кривой (4.10) в случае знака равенства и кривой $(1-x)Q^2 = \left(M_h^2 - M^2\right)x$, которая соответствует условию

$$W^2 = p_X^2 = (p+q)^2 = Q^2\left(\frac{1}{x} - 1\right) - M^2 \equiv M_h^2, \tag{4.11}$$

где M - масса нуклона-мишени, M_h - суммарная масса конечной адронной системы h.

В результате получаем два решения для $x = x\left(E_\nu, M_h\right)$, отвечающих нижней и верхней кинематической границе

$$x^-\left(E_\nu, M_h\right) \leq x \leq x^+\left(E_\nu, M_h\right), \tag{4.12}$$

$$x^\pm\left(E_\nu, M_h\right) = \frac{a\left(E_\nu, M_h\right) \pm \sqrt{b\left(E_\nu, M_h\right)}}{2c\left(E_\nu, M_h\right)}, \tag{4.13}$$

$$a\left(E_\nu, M_h\right) = 1 - \frac{\left(M_h^2 - M^2 - m_l^2\right)\left[\left(M_h^2 - M^2\right)E_\nu + m_l^2 M\right]}{\left(M_h^2 - M^2\right)E_\nu^2}, \tag{4.14}$$

$$b\left(E_\nu, M_h\right) = \left[1 - \frac{\left(M_h - m_l\right)^2 - M^2}{2ME_\nu}\right]\left[1 - \frac{\left(M_h + m_l\right)^2 - M^2}{2ME_\nu}\right], \tag{4.15}$$

$$c\left(E_\nu, M_h\right) = 1 + \frac{\left(M_h^2 - M^2 - m_l^2\right)^2}{4\left(M_h^2 - M^2\right)E_\nu^2}, \tag{4.16}$$

Отметим, что из условия существования этого решения следует неравенство $b\left(E_\nu\right) \geq 0$, откуда с необходимостью получается выражение для энергетического порога глубоко неупругого рассеяния нейтрино на нуклоне

$$E_\nu \geq \frac{\left(M_h + m_l\right)^2 - M^2}{2M}. \tag{4.17}$$

Разрешённая кинематическая область для переменной Бьёркена y определяется в диапазоне

$$y^{\min}\left(x, E_\nu, M_h\right) \leq y \leq y^{+}\left(x, E_\nu\right), \tag{4.18}$$

где

$$y^{\min}\left(x, E_\nu, M_h\right) = \max\left[y^{-}\left(x, E_\nu\right), y^{\mathrm{cut}}\left(x, E_\nu, M_h\right)\right], \tag{4.19}$$

$$y^{\mathrm{cut}}\left(x, E_\nu, M_h\right) = \frac{M_h^2 - M^2}{2M(1-x)E_\nu}. \tag{4.20}$$

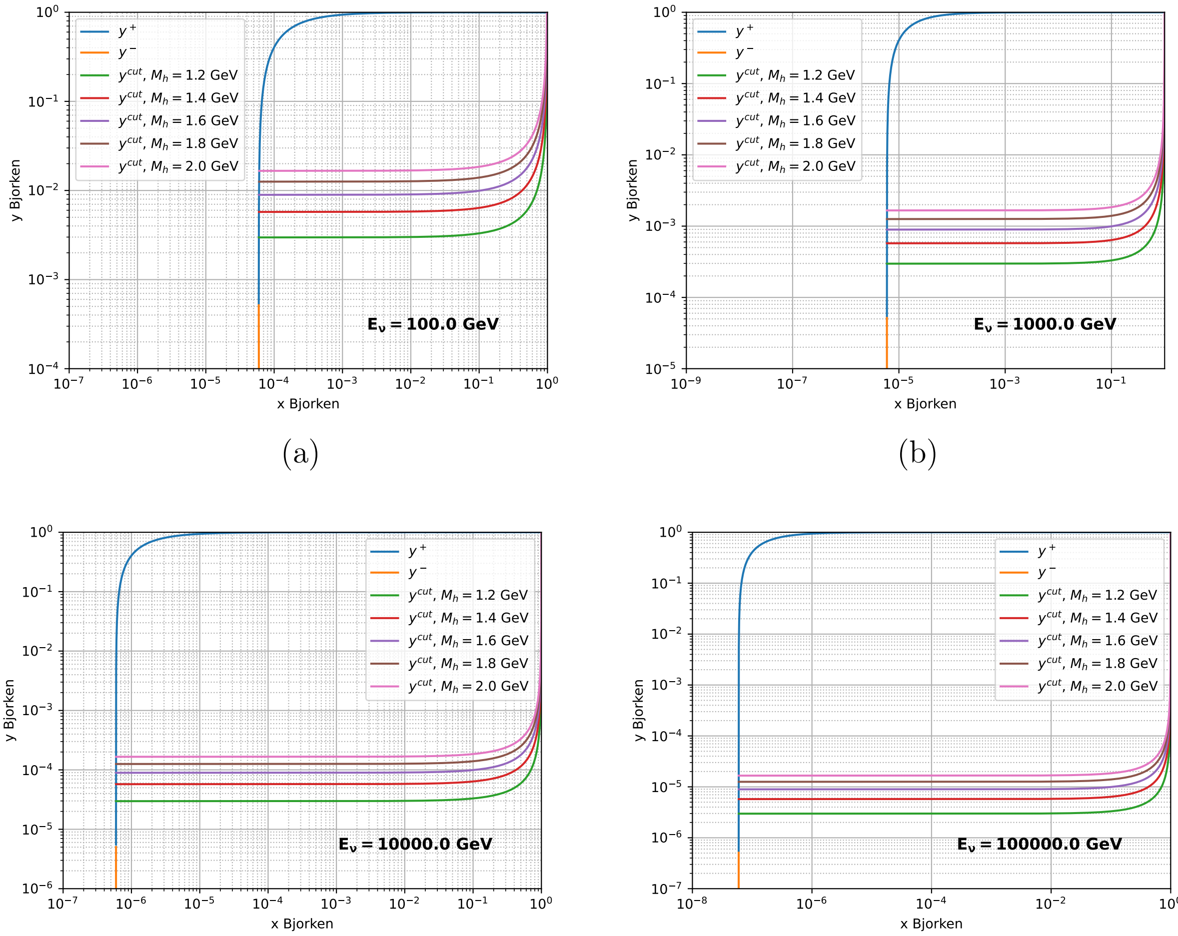
Корни $y^{\pm}\left(x, E_\nu\right)$ находятся из выражения (4.10), записанного в терминах x и y

$$\left(1 + \frac{Mx}{2E_\nu}\right) y^2 - \left[1 - \frac{m_l^2}{2E_\nu^2}\left(1 + \frac{E_\nu}{Mx}\right)\right] y + \frac{m_l^4}{8MxE_\nu^3} \leq 0, \tag{4.21}$$

$$y^{\pm}\left(x, E_\nu\right) = \frac{1 - \frac{m_l^2}{2E_\nu^2}\left(1 + \frac{E_\nu}{Mx}\right) \pm \sqrt{\left(1 - \frac{m_l^2}{2MxE_\nu}\right)^2 - \frac{m_l^2}{E_\nu^2}}}{2\left(1 + \frac{Mx}{2E_\nu}\right)}. \tag{4.22}$$

На рисунке 4.3 представлены кинематические границы переменной Бьёркена y в зависимости от x в случае глубоко неупругого рассеяния мюонного нейтрино ν_μ для различных значений энергии нейтрино E_ν и суммарной массы конечной адронной системы M_h.

Структурные функции $F_i^{\nu(\overline{\nu})p(n)}(x, Q^2)$ представляют собой экспериментально измеряемые величины, которые выражаются через PDFs. Конкретные представления для $F_i^{\nu(\overline{\nu})p(n)}(x, Q^2)$ можно найти в работах [36, 37]. Доступ к различным параметризациям партонных функций распределения предоставляет открытая библиотека



(a) (b)

(c) (d)

Рисунок 4.3: Границы разрешённой кинематической области $y(x)$ для четырёх значений энергии мюонного нейтрино E_ν и различных значений M_h в случае рассеяния на изоскалярном нуклоне.

LHAPDF6 [38, 39]. По умолчанию используется набор партонных функций распределения CT18NNLO [40].

Зависимость полного сечения глубоко неупругого рассеяния нейтрино на изоскалярном нуклоне от энергии нейтрино представлена на рисунке 4.4. Зависимость дифференциального сечения (4.5) от x и y при разных энергиях нейтрино можно найти в приложении C..

`NuGen` с помощью `nupropagator` моделирует потоки атмосферных мюонных нейтрино и антинейтрино $(\nu_\mu + \overline{\nu}_\mu)$ на поверхности Земли, исходя из разнообразных моделей космических лучей (КЛ). Спектр КЛ вычисляется на основе аппроксимации Хилласа [42] и Гайссера [43], либо в соответствии с моделью Зацепина и Сокольской [44]. Моделирование

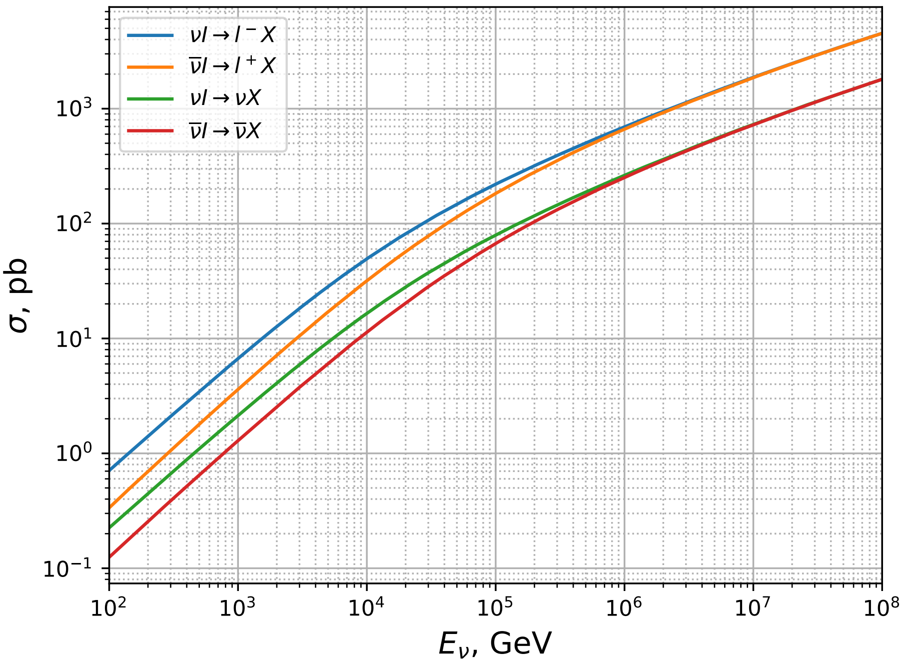


Рисунок 4.4: Полное сечение глубоко неупругого рассеяния нейтрино на изоскалярном нуклоне.

адронных взаимодействий в атмосфере осуществляется с использованием моделей QGSJET II-03 [45] и SIBYLL 2.1 [46], либо через модель Кимеля-Мохова [47]. Наряду с "обычными" нейтрино, которые образуются в результате распадов заряженных пионов, мюонов и каонов, при высоких энергиях ($\gtrsim$ 100 TeV) свой вклад вносят "прямые" нейтрино, рождающиеся в результате распада очарованных адронов ($D^{\pm}, D^0$, $\overline{D}^0$ и Λ_c^+). Расчёт выхода очарованных кварков проводится по одной из двух моделей: QGSM [48] или RQPM [49, 50].

Для расчёта эволюции нейтринных потоков при распространении их через Землю применяется метод $\mathcal{Z}$-фактора [51]. Данный метод учитывает регенерацию потока нейтрино в веществе в результате процесса рассеяния и перехода нейтрино в рассматриваемое энергетическое состояние E. При движении вдоль прямой дифференциальный поток нейтрино $F_\nu(h, E)$ на глубине $\mathrm{x} = \int_0^L \rho(L')\mathrm{d}L'$ даётся одномерным интегро-дифференциальным уравнением переноса[1]

$$\frac{\partial F_\nu(E,\mathrm{x})}{\partial \mathrm{x}} = \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \left[\int\limits_0^1 F_\nu(E_y,\mathrm{x})\Phi_\nu(y,E)\frac{\mathrm{d}y}{1-y} - F_\nu(E,\mathrm{x}) \right], \qquad (4.23)$$

с граничным условием $F_\nu(E,0) = F_\nu^0(E)$ - спектр атмосферных мюонных нейтрино $(\nu_\mu + \overline{\nu}_\mu)$ на поверхности Земли. Здесь $\lambda_\nu(E)$ - длина взаимодействия нейтрино с веществом

$$\frac{1}{\lambda_\nu(E)} = \sum_T N_T \sigma_{\nu T}^{tot}(E), \qquad (4.24)$$

где N_T - число рассеятелей $(N, e, ...)$ в одном грамме среды, $\sigma_{\nu T}^{tot}(E)$ - полное сечение νT-взаимодействия. "Функция регенерации" $\Phi_\nu(y,E)$ даётся выражением:

$$\Phi_\nu(y,E) = \lambda_\nu(E) \sum_T N_T \frac{\mathrm{d}\sigma_{\nu T\to\nu X}(y,E_y)}{\mathrm{d}y}, \qquad (4.25)$$

где введено обозначение $E_y = \dfrac{E}{1-y}$.

Кратко опишем метод решения уравнения (4.23). Будем искать решение в виде

$$F_\nu(E,\mathrm{x}) = F_\nu^0(E)\exp\left\{-\frac{\mathrm{x}}{\Lambda_\nu(E,\mathrm{x})}\right\}. \qquad (4.26)$$

Подставляя решение (4.26) в исходное уравнение (4.23), в силу положительной знакоопределённости правой части уравнения, можно ввести эффективную длину поглощения нейтрино

$$\Lambda_\nu(E,\mathrm{x}) = \frac{\lambda_\nu(E)}{1-\mathcal{Z}_\nu(E,\mathrm{x})}, \qquad (4.27)$$

где введена функция $\mathcal{Z}_\nu(E,\mathrm{x}) > 0$, называемая "$\mathcal{Z}$ – фактором". Подставляя (4.26) и (4.27) в (4.23), получаем удобное для последующего

[1]Случай зависимости от угла прилёта нейтрино был рассмотрен в бакалаврской работе С. И. Завьялова "Моделирование потоков атмосферных нейтрино в эксперименте Baikal-GVD".

решения уравнение на "$\mathcal{Z}$ − фактор":

$$\mathcal{Z}_\nu(E,\mathrm{x}) = \frac{1}{\mathrm{x}}\int\limits_0^{\mathrm{x}}\int\limits_0^1 \eta_\nu(y,E)\Phi_\nu(y,E)e^{-\mathrm{x}'\mathcal{D}_\nu(E,E_y,\mathrm{x}')}\mathrm{d}y\mathrm{d}\mathrm{x}', \tag{4.28}$$

где введены функции

$$\mathcal{D}_\nu(E,E_y,\mathrm{x}) = \frac{1-\mathcal{Z}_\nu(E_y,\mathrm{x})}{\lambda_\nu(E_y)} - \frac{1-\mathcal{Z}_\nu(E,\mathrm{x})}{\lambda_\nu(E)}, \tag{4.29}$$

$$\eta_\nu(y,E) = \frac{F_\nu^0(E_y)}{F_\nu^0(E)(1-y)}. \tag{4.30}$$

Будем решать уравнение (4.28) с помощью метода итерации. Определим

$$D_\nu^{(n)}(E,E_y,\mathrm{x}) = \frac{1-Z_\nu^{(n)}(E_y,\mathrm{x})}{\lambda_\nu(E_y)} - \frac{1-Z_\nu^{(n)}(E,\mathrm{x})}{\lambda_\nu(E)}, \tag{4.31}$$

$$Z_\nu^{(n+1)}(E,\mathrm{x}) = \frac{1}{\mathrm{x}}\int\limits_0^{\mathrm{x}}\int\limits_0^1 \eta_\nu(y,E)\Phi_\nu(y,E)e^{-\mathrm{x}'D_\nu^{(n)}(E,E_y,\mathrm{x}')}\mathrm{d}y\mathrm{d}\mathrm{x}'. \tag{4.32}$$

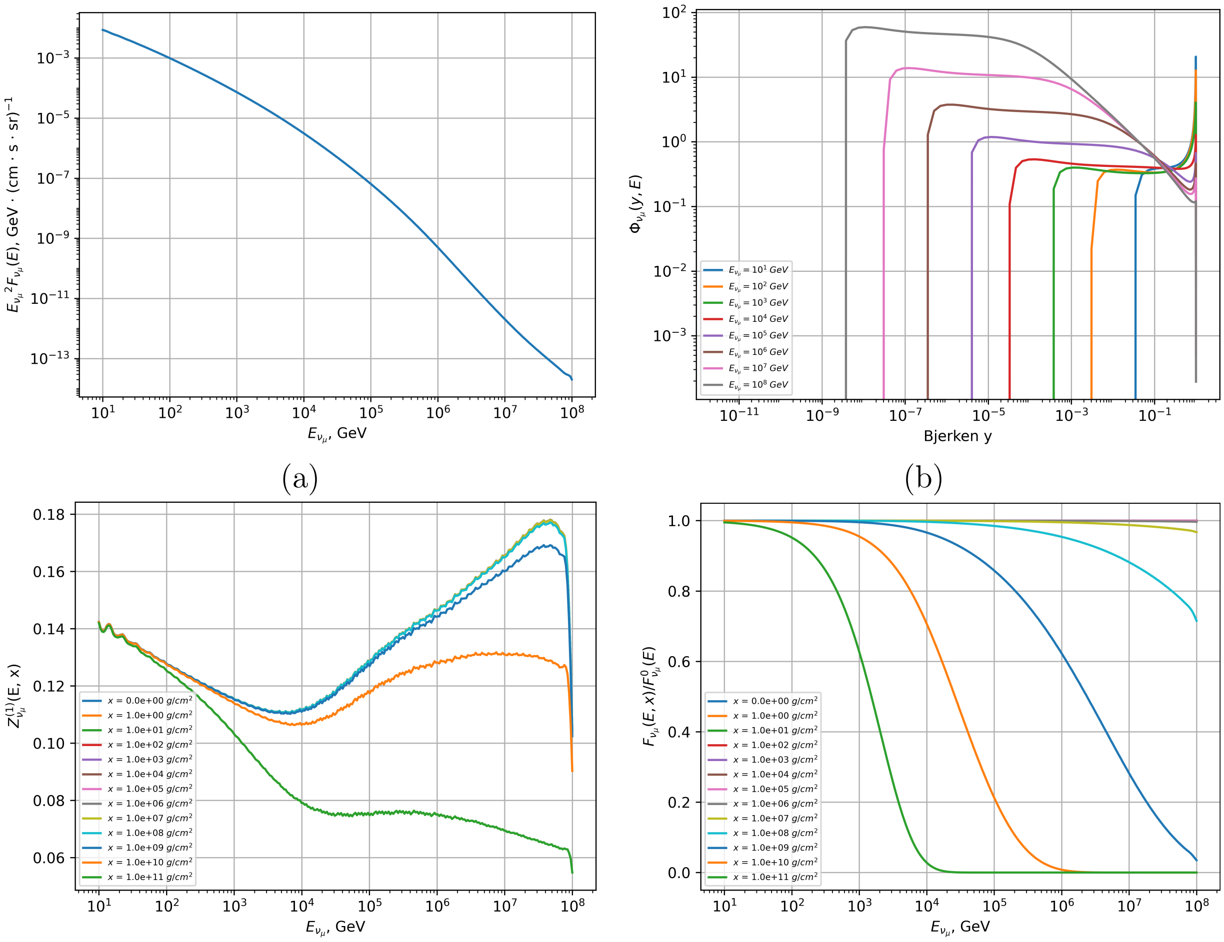
Пусть нулевое приближение $Z_\nu^{(0)}(E,\mathrm{x}) = 0$. Тогда

$$D_\nu^{(0)}(E,E_y,\mathrm{x}) = \frac{1}{\lambda_\nu(E_y)} - \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \equiv D_\nu(E,E_y), \tag{4.33}$$

и первое приближение будет иметь следующий вид

$$Z_\nu^{(1)}(E,\mathrm{x}) = \int\limits_0^1 \eta_\nu(y,E)\Phi_\nu(y,E)\left[\frac{1-e^{-xD_\nu(E,E_y)}}{xD_\nu(E,E_y)}\right]\mathrm{d}y. \tag{4.34}$$

В `NuGen` реализована генерация нейтринных взаимодействий в объёме нейтринного телескопе согласно выбранной опции: (i) по спектру атмосферных мюонных нейтрино, (ii) по модельному степенному спектру с заданным спектральным индексом и нормировкой, (iii) розыгрыш по заданному потоку, умноженному на сечение взаимодействия для данной энергии. Расчёт вероятности прохождения нетйрино через Землю расчитывается с помощью описанного метода $\mathcal{Z}$-фактора, а угловое



(a) (b) (c) (d)

Рисунок 4.5: (a) Энергетический спектр атмосферных мюонных нейтрино и антинейтрино на поверхности Земли $E^2_{\nu_\mu+\overline{\nu}_\mu} F^0_{\nu_\mu+\overline{\nu}_\mu}(E)$, (b) "функция регенерации" $\Phi_\nu(y, E)$ для различных значений энергии нейтрино в зависимости от y, (c) зависимость первого приближения функции "$\mathcal{Z}$ – фактора" от энергии нейтрино, значения глубины растут сверху вниз, (d) отношение потока атмосферных мюонных нейтрино на глубине x к начальному потоку нейтрино $F_{\nu_\mu+\overline{\nu}_\mu}(E, \mathrm{x})/F^0_{\nu_\mu+\overline{\nu}_\mu}(E)$

распределение нейтрино соответствует начальному потоку на поверхности Земли.

4.2. Генератор частиц `ToyGen`

Для моделирования потоков атмосферных мюонов, симуляции лазерных калибровочных установок и других возможных задач используется генератор `ToyGen`. Основная функция данного генератора заключается в инициализации первичной частицы (или потока частиц), которые выбираются из каталога типов частиц, доступных в библиотеке Geant4 и определённых в классе G4ParticleDefinition. Пользовательский интерфейс позволяет задать параметры генерации, такие как идентификатор первичной частицы PDGID из справочника Particle Data Group (PDG) [52], начальную энергию, вектор направления движения и первоначальное положение частицы.

4.3. Генераторы фотонов Laser и SolarPhotons

В нейтринном телескопе Baikal-GVD размещены дополнительные межкластерные струны, оборудованные лазерными источниками DPSS Q-switched YAG: ND3 [54], которые выполняют двойную функцию: (i) временная калибровка оптических модулей, (ii) исследование оптических свойств воды в районе работы Baikal-GVD. Данный лазер генерирует импульсы на длине волны около 532 нм, продолжительностью в 1 нс и с максимальной интенсивностью $\sim 10^{15}$ фотонов. Световой пучок направляется через световод к специальному диффузору, создавая таким образом квазиизотропный источник света.

Характерная длина поглощения $\lambda_{\text{abs}} \approx 22$ м, а эффективная длина рассеяния $\lambda_{\text{scat}}^{(\text{eff})} \approx 480$ м при длине волны фотона 475 нм [55, 56]. Эффективная длина рассеяния определяется как $\lambda_{\text{scat}}^{(\text{eff})} = \lambda_{\text{scat}}/\left(1-g\right)$, где $g = \langle \cos\theta \rangle$ - средний косинус зенитного угла рассеяния (коэффициент анизотропии) относительно первоначальной траектории фотона. Для воды в озере Байкал $g \approx 0.9$. Все эти параметры зависят от глубины и времени года. Благодаря большой эффективной длине рассеяния Baikal-GVD обладает хорошим угловым разрешением, что позволяет с высокой точностью реконструировать траектории приходящих нейтрино и идентифицировать их астрофизические источники.

Для моделирования световых импульсов от лазерных источников был разработан генератор Laser, который способен создавать пучки фотонов с определённой длиной волны и разыгрывать различные зависимости направлений испускаемых фотонов. Реализована возможность имитации как точечного изотропного источника, так и конусообразного распределения фотонов, аналогичного черенковскому излучению.

Другой генератор `SolarPhotons` предназначен для моделирования спектра, характерного для солнечного излучения на поверхности озера Байкал. Наряду с люминесценцией, солнечное излучение может создавать фоновый шум для Baikal-GVD и приводить к ложным срабатываниям оптических модулей на верхних уровнях кластеров. На текущий момент порог чувствительности оптических модулей установлен на уровне ≈ 1.5 фотоэлектрона, что позволяет подавить шумовые импульсы более чем на порядок. В то же время `SolarPhotons` может представлять интерес для лимнологов, проводящих исследования верхних слоев озера Байкал.

5. Пропагаторы частиц и фотонов

Следующий этап в цепочке моделирования `NTSim` после генерации начальных частиц заключается в их пропагации, которая осуществляется модулем `PrimaryPropagator`. Это могут быть, например, вторичные частицы, образовавшиеся в результате взаимодействия нейтрино с веществом, осуществлённого в модуле `NuGen`, или поток мюонов, сгенерированные в `ToyGen`. На выходе `PrimaryPropagator` формируется объект `gTracks`, содержащий в себе информацию об эволюции частиц при их прохождении через вещество детектора. В случае инициализации параметризации, речь о которой пойдёт в разделе 6.1., может также быть доступен объект `gParticles`, который сохраняет состояние частиц, остановившихся в процессе пропагации. Это позволяет оптимизировать процесс симуляции, поскольку при рождении высокоэнергетических электромагнитных каскадов, сохранение данных лишь об их инициаторах $(e^{\pm}, \gamma)$ и последующее вычисление выхода вторичных частиц в каскаде на основе параметризации приводит к значительному увеличению эффективности моделирования.

5.1. Реконструкция трека нейтрино в `NuProp`

Помимо описанных в разделе 4.1. подмодулей, содержащих информацию о дифференциальных сечениях глубоко неупругого рассеяния и потоках атмосферных мюонных нейтрино, включённых в `NuGen`, в него также интегрирован модуль `NuProp`, осуществляющий реконструкцию направления прихода нейтрино. Направление прилёта нейтрино расчитывается с учётом эволюции потока нейтрино при прохождении через Землю, основываясь на данных о распределении плотности Земли согласно модели PREM (Preliminary Reference Earth Model) [57], рисунок 5.1. В модели также учитывается химический состав различных слоёв Земли [58, 59], что приводит к различным значениям среднего отношения зарядового числа Z к массовому числу A вещества $\left\langle \frac{Z}{A} \right\rangle$

- Ядро: $\left\langle \frac{Z}{A} \right\rangle = 0.468$ (83% Fe, 9% Ni, 8% лёгких элементов с $\frac{Z}{A} = 0.5$).

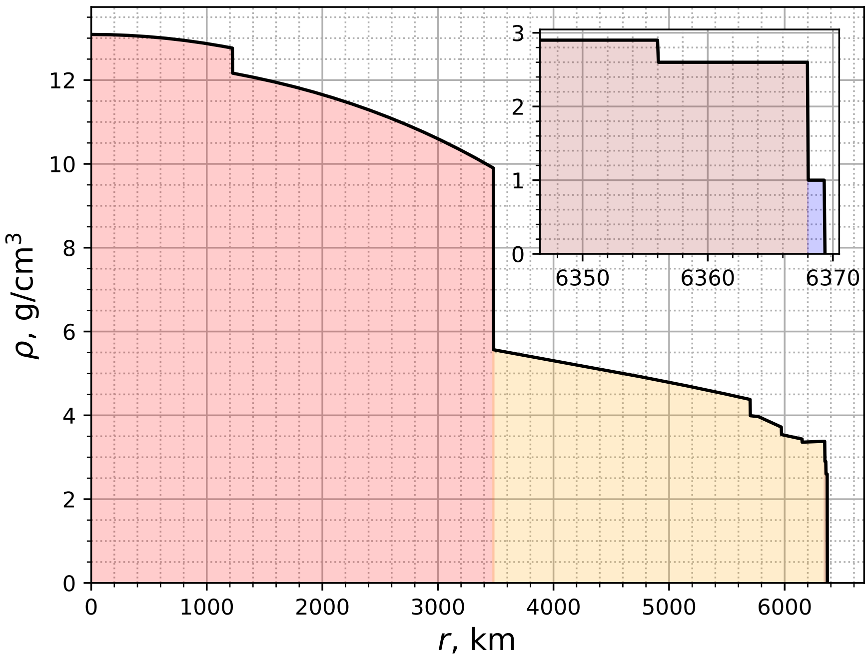


Рисунок 5.1: Модель строения Земли PREM. Принятые обозначения цветов: красный - ядро, оранжевый - мантия, коричневый - кора, синий - вода.

- Мантия: $\left\langle \dfrac{Z}{A} \right\rangle = 0.497$ (41.2% SiO_2, 52.7% MgO, 6.1% FeO).
- Кора: $\left\langle \dfrac{Z}{A} \right\rangle = 0.5$ (52% O, 27% Ca, 12% C, 9% Mg).
- Вода: $\left\langle \dfrac{Z}{A} \right\rangle = \dfrac{5}{9}$ (66.(6)% H, 33.(3)% O).

Вероятность прохождения нейтрино через определённую глубину x вычисляется с помощью метода $\mathcal{Z}$-фактора и даётся формулой (4.26), нормированной на начальный спектр нейтрино. В соответствии с реконструированным направлением прихода нейтрино рассчитываются кинематические параметры вторичных частиц. Кроме того, `NuProp` предоставляет возможность пользователю самостоятельно задать направление прихода нейтрино, что позволяет оценить ожидаемый сигнал из определенной области небесной сферы.

Расчёт вероятности прохождения восходящего потока мюонных нейтрино через Землю в место расположения нейтринного телескопа,

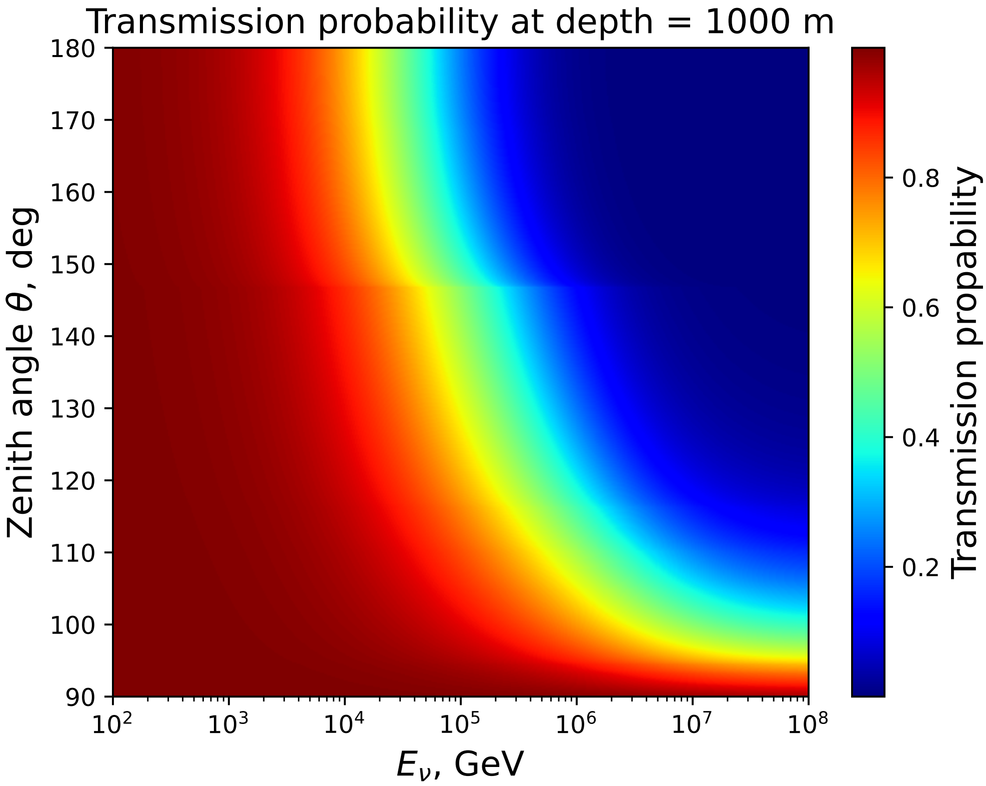


Рисунок 5.2: Вероятность прохождения восходящего потока мюонных нейтрино через Землю для детектора на глубине 1 км под водой в месте расположения озера Байкал.

погружённого на глубину 1 км в зависимости от энергии нейтрино и зенитного угла направления прилёта представлен на рисунке 5.2.

5.2. Распространение частиц в `ParticlePropagator`

Модуль `ParticlePropagator` является реализацией `PrimaryPropagator`. В его задачи входит расчёт взаимодействий частиц с веществом, их распространение и рождение вторичных продуктов. Для достижения этих целей используется `Geant4` - программный пакет для моделирования прохождения частиц через вещество и построения геометрии детектора [21–23].

Для интеграции `Geant4` в цепочку моделирования `NTSim` была разработана специальная Python-оболочка, которая обеспечивает доступ к широкому ряду функций `Geant4`. В духе модульности `NTSim` был создан независимый пакет `g4camp` [20] на основе `geant4_pybind` [60], который используя pybind11 [61], предоставляет Python-интерфейсы для классов Geant4. g4camp обеспечивает логическое продолжение архитектуры классов Geant4, включая такие элементы, как конструктор геометрии детектора DetectorConstruction, создающий два коаксиальных цилиндра, представляющих и земную кору и водяной столб над ней. Плотность воды равна 1 г/см^2, а плотность коры взята равной $2,65$ г/см^2.

Следующий класс-наследник CustomPhysicsList представляет собой набор физических процессов и моделей, которые используются при моделировании взаимодействия частиц с веществом детектора. В настоящее время предлагаются три различных набора процессов: (i) для моделирования электромагнитных ливней, (ii) широкий набор процессов, включающий адронные взаимодействия из стандартных списков физических процессов (на выбор из FTFP_BERT, QGSP_BERT и QGSP_BIC) и подробное моделирование электромагнитных процессов с помощью G4EmStandardPhysics_option4 и G4EmExtraPhysics, (iii) набор физических процессов для быстрого моделирования высокоэнергетических событий ($\sim$ [TeV, PeV]), включающий в себя адронные процессы из QGSP_BERT и электромагнитные процессы из G4EmStandardPhysics_option1. Пользователи также имеют возможность выбирать стандартные наборы процессов из Geant4 или интегрировать собственные, включая генерацию черенковских фотонов с помощью G4OpticalPhysics. Отдельно отметим, что G4OpticalPhysics существенно замедляет скорость моделирования из-за большого количества черенковских фотонов как отдельных событий. Для оптимизации этой проблемы были разработаны независимые от Geant4 модули MCPhotonTransporter и CherenkovGenerator, которые описаны в разделах 5.3. и 6. соответственно.

Для повышения эффективности симуляции, а также для подавления частиц ниже черенковского порога

$$E_{\mathrm{kin}}^{(\mathrm{crit})} = m\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{n^2}}} - 1\right), \tag{5.1}$$

где n - коэффициент преломления в прозрачной среде (для воды около $n \approx 1.34$), устанавливаются минимальные длины пробега частиц через интерактивную команду `/run/setCutForAGivenParticle`. Пользователи также могут настраивать энергетические пороги для частиц-инициаторов высокоэнергетических электромагнитных каскадов, в результате чего создаётся объект `gParticles` для использования в `CherGen` с применением параметризации продольного развития ливня и углового распределения черенковских фотонов.

Класс DataBuffer отвечает за запись данных о событии на каждом шаге моделирования через `SteppingAction`. В результате создаются объекты `gTracks` и `gParticles`, а при активации оптических процессов через `G4OpticalPhysics`, также формируется объект `gPhotons`, содержащий в себе информацию о рождённых черенковских фотонах.

Интеграция пакета `g4camp` в цепочку моделирования `NTSim` осуществляется посредством модуля `ParticlePropagator`, который на вход принимает список частиц, предназначенных для распространения в пределах объёма нейтринного телескопа, параметры и размеры среды, а также пороговые значения для рождения частиц и инициаторов электромагнитных каскадов. По завершении этапа пропагации, в объект `gEvent` записывается информация о событии, извлекаемая из буфера данных `DataBuffer`.

5.3. Распространение фотонов в `MCPhotonTransporter`

Для распространения фотонов в среде на данный момент применяются стандартные методы Монте-Карло. Угол рассеяния фотона на каждом шаге определяется через косинус зенитного угла $\cos\theta$ относительно первоначальной траектории фотона, и через азимутальный угол φ. При этом $\cos\theta$ разыгрывается в соответствии с заданной плотностью вероятности, а φ имеет равномерное распределение. В `NTSim` реализовано моделирование рассеяния на основе индикатрисы Хеньи-

Гринштейна [62]

$$p_{\mathrm{HG}}\left(\cos\theta,\varphi\right) \equiv p_{HG}\left(\cos\theta\right)\cdot p\left(\varphi\right) = \frac{1-g^2}{2}\frac{1}{\left(1+g^2-2g\cos\theta\right)^{3/2}}\cdot\frac{1}{2\pi}, \tag{5.2}$$

где $g = \langle\cos\theta\rangle$ - средний косинус зенитного угла рассеяния (коэффициент анизотропии), и в соответствии с рассеянием Рэлея [63]

$$p_{\mathrm{Rayl}}\left(\cos\theta,\varphi\right) \equiv p_{\mathrm{Rayl}}\left(\cos\theta\right)\cdot p\left(\varphi\right) = \frac{3}{8}\left(1+\cos^2\theta\right)\cdot\frac{1}{2\pi}. \tag{5.3}$$

Также для адекватного описания оптических свойств воды озера Байкал используется линейная комбинация (5.2) и (5.3)

$$p_{\mathrm{HG+Rayl}}\left(\cos\theta,\varphi\right) = 0.99\cdot p_{\mathrm{HG}}\left(\cos\theta,\varphi\right) + 0.01\cdot p_{\mathrm{Rayl}}\left(\cos\theta,\varphi\right). \tag{5.4}$$

Пользователь задаёт требуемое количество шагов рассеяния и коэффициент анизотропии g, исходя из экспериментально определенных значений длин рассеяния и поглощения для конкретной среды. Учёт поглощения фотонов производится с использованием экспоненциального затухания $e^{-L/\lambda_{\mathrm{abs}}}$, где L - полный путь, пройденный фотоном в результате n актов рассеяния.

Для повышения эффективности процесса распространения фотонов в среде планируется интеграция в `NTSim` нового подхода, основанного на решении интегро-дифференциального уравнения переноса излучения (Radiative Transfer Equation, RTE). Это уравнение служит основой для описания распространения света в различных средах, и его метод решения подробно описан в работах [64, 65].

6. Черенковский генератор CherGen

На завершающем этапе работы модуля ParticlePropagator формируются два объекта: gTracks, содержащий информацию о траекториях частиц, и gParticles, включающий сведения об частицах-инициаторах электромагнитных ливней. В этом разделе будет описана генерация черенковских фотонов вдоль треков заряженных частиц, тогда как процедура параметризации электромагнитных каскадов будет представлена в следующем разделе 6.1.

В результате прохождения заряженных частиц через прозрачную среду со скоростью, превышающей фазовую скорость света в среде $c_m = \dfrac{c}{n}$ возникает направленное черенковское излучение. Здесь c - скорость света в вакууме, n - коэффициент преломления в среде, который в общем случае зависит от длины волны испускаемого фотона. Угол вылета черенковских фотонов относительно направления частицы даётся формулой

$$\cos\theta_c = \frac{1}{n\beta}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \tag{6.1}$$

Количество черенковских фотонов с определённой длиной волны, приходящееся на элемент трека заряженной частицы $\mathrm{d}x$, даётся формулой Франка-Тамма [66]

$$\frac{\mathrm{d}^2 N}{\mathrm{d}\lambda \mathrm{d}x} = \frac{2\pi\alpha z^2}{\lambda^2} \cdot \left[1 - \frac{1}{n^2(\lambda)\beta^2}\right], \tag{6.2}$$

где $\alpha = \dfrac{e^2}{4\pi}$ - постоянная тонкой структуры, z - заряд пролетающей частицы в единицах элементарного заряда электрона. Дополнительно отметим, что, как следует из формулы (6.2), длины волн черенковских фотонов разыгрываются по закону $1/\lambda^2$. Для ускорения моделирования в формулу (6.2) вводится подавляющий фактор $\dfrac{1}{n_{\mathrm{sup}}}$, где n_{sup} - вес одного рождённого фотона.

Ключевой отличительной особенностью CherGen относительно Geant4 является генерация черенковских фотонов в совокупности, а не по отдельности. Это достигается благодаря использованию библиотек NumPy [67], основанной на языке программирования C и позволяющей оперировать с массивами данных, и `Numba` [68], которая компилирует Python-функции в машинный код, обеспечивая их быстрый вызов при работе программы. Благодаря применению этих пакетов происходит одновременная генерация черенковских фотонов для всех треков заряженных частиц согласно формуле (6.2), а также определение их направления излучения вдоль оси Oz.

Далее, происходит процедура одновременного вращения траекторий фотонов для соответствия направлениям движения заряженных частиц. Опишем основные этапы данного алгоритма: (i) вычисляется вектор вращения, определяющего плоскость вращения

$$\boldsymbol{\theta}_i = \theta_i \boldsymbol{e}_i, \quad \boldsymbol{e}_i = [\boldsymbol{e}_z \times \boldsymbol{e}_{\mathrm{track}_i}] = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ x_i & y_i & z_i \end{vmatrix} = -y_i \cdot \boldsymbol{i} + x_i \cdot \boldsymbol{j} + 0 \cdot \boldsymbol{k}, \quad (6.3)$$

где θ_i - угол поворота, образованный векторами $\boldsymbol{e}_z$ и $\boldsymbol{e}_{\mathrm{track}_i}$, $\boldsymbol{e}_{\mathrm{track}_i}$ - направление движения i-ой частицы. (ii) Применение активного вращения для вектора направления j-ого черенковского фотона $\boldsymbol{e}_{\mathrm{cher}_j}$ вокруг вектора вращения $\boldsymbol{\theta}_i$ согласно формуле

$$\boldsymbol{e}'_{\mathrm{cher}_{ij}} = e^{\parallel}_{\mathrm{cher}_{ij}} \cdot \boldsymbol{\theta}_i + \cos\theta_i \cdot \boldsymbol{e}^{\perp}_{\mathrm{cher}_{ij}} + \sin\theta_i \cdot \left[\boldsymbol{e}_{\mathrm{cher}_j} \times \boldsymbol{\theta}_i\right], \quad (6.4)$$

где

$$e^{\parallel}_{\mathrm{cher}_{ij}} = \left(\boldsymbol{e}_{\mathrm{cher}_j} \cdot \boldsymbol{\theta}_i\right), \quad \boldsymbol{e}^{\perp}_{\mathrm{cher}_{ij}} = \boldsymbol{e}_{\mathrm{cher}_j} - e^{\parallel}_{\mathrm{cher}_{ij}} \boldsymbol{\theta}_i. \quad (6.5)$$

Здесь $\boldsymbol{e}'_{\mathrm{cher}_{ij}}$ является вектором направления излучения j-ого фотона относительно направления движения i-ой частицы.

Таким образом, в результате описанной процедуры формируется полный набор данных о сгенерированных черенковских фотонах в результате прохождения заряженных частиц через прозрачную среду.

6.1. Параметризация электромагнитных каскадов

Как уже не раз отмечалось, для существенного ускорения процесса моделирования событий модуль `ParticlePropagator` сохраняет данные о частицах $(e^{\pm}, \gamma)$, которые дают начало высокоэнергетическим электромагнитным каскадам, и дальше их не протаскивает в `Geant4`. Особенностью описываемой процедуры является параметризация индивидуальных электромагнитных каскадов в отличие от использования усреднённого профиля ливня. Оптимальный энергетический диапазон для параметризации индивидуальных ливней был установлен в пределах [10 GeV, 10 TeV], где нижняя граница выбрана в силу увеличивающейся сложности описания индивидуальных особенностей ливней, а верхняя граница отвечает порогу LPM-эффекта (Ландау-Померанчук-Мигдал) [69–71], который оказывает существенное влияние на форму ливня. В случаях, когда продольная параметризация на основе усреднённого профиля ливня считается достаточной, пользователь может выбрать данную опцию.

Распределение черенковских фотонов вдоль оси развития ливня определяется на основе параметризации продольного распределения электронов и позитронов в ливне. Используются две основные параметризации: (i) гамма-распределение [72–74], (ii) модифицированная функция Грейзена [75–78].

i. Гамма-распределение определяется плотностью вероятности

$$f\left(t;\alpha,\beta\right)=\frac{\beta^{\alpha}t^{\alpha-1}e^{-\beta t}}{\Gamma\left(\alpha\right)},\quad \alpha>0,\quad \beta>0, \tag{6.6}$$

где $t=\dfrac{x}{X_0}$ - глубина в единицах радиационных длин X_0 (для воды $X_0\approx 36.08$ см), $\Gamma\left(\alpha\right)$ - гамма-функция. Параметры α и β в литературе обычно называются параметрами формы распределения и обратного масштаба (скорости) соответственно. Гамма-распределение традиционно применяется для аппроксимации средней энергии, выделившейся в электромагнитном каскаде, однако оно также удовлетворительно описывает среднее количество $e^{\pm}$ вдоль оси развития ливня.

ii. Модифицированная функция Грейзена даётся следующим выражением

$$N_{e^\pm}\left(t;N,t_{\max},t_1\right)=\frac{0.31N}{\sqrt{y\left(t_{\max},t_1\right)}}\exp\left\{t'\left[1-\frac{3}{2}\ln s'\left(t',t_{\max}\right)\right]\right\},\quad(6.7)$$

$$s'\left(t',t_{\max}\right)=\frac{3t'}{t'+2y\left(t_{\max},t_1\right)}\cdot\theta\left(t'\right),\quad y\left(t_{\max},t_1\right)=t_{\max}+t_1,\quad(6.8)$$

$$N>0,\quad t_{\max}>0,$$

где $t'=t+t_1$, $\theta\left(t'\right)$ - функция Хевисайда, s' - модифицированный "возраст" ливня. Здесь параметр N отвечает за количество частиц в максимуме ливня, $t_{\max}$ за положение максимума распределения, а t_1 - за начальную точку развития ливня. Подробное описание вывода формул (6.7)-(6.8) приведено в приложении D..

Рассмотрим алгоритм параметризации индивидуальных электромагнитных ливней. Была подготовлена база данных событий для электромагнитных каскадов в энергетическом диапазоне [10 GeV, 10 TeV] с начальными частицами $e^\pm,\gamma$. Для определения параметров распределения $e^\pm$ вдоль оси развития ливня используется пакет `iMinuit` [79]. Были опробованы методы минимизации функции "Хи-квадрат" $\chi^2=\sum\limits_i\frac{\left(n_i-f_i\right)^2}{n_i}$ и максимизации функции правдоподобия $\ln L=\sum\limits_i\ln\left\{\frac{f_i^{n_i}}{n_i!}e^{-f_i}\right\}$, где n_i - значение в i-ом бине, f_i - ожидаемое значение. Оба метода дали схожие результаты.

В результате обработки набора моделированных событий были определены параметры (i) гамма-распределения $\{\alpha,\ \beta\}$ и (ii) модифицированной функции Грейзена $\{N,\ t_{\max},\ t_1\}$ для индивидуальных электромагнитных ливней и их усреднённого профиля. В общем случае извлечённые параметры не удовлетворяют нормальному распределения и сильно коррелируют [72]. Для их нормализации конструируются определённые комбинации параметров, распределение которых оказывается ближе к нормальному. Используемые комбинации параметров для гамма-распределения и модифицированной функции Грейзена, а также их энергетическая зависимость и корреляции приведены в приложении E., таблицы E.3 и E.4 соответственно.

Генерация коррелированных случайных параметров с известной ковариационной матрицей Σ_α осуществляется с помощью разложения Холецкого

$$\boldsymbol{\theta}_\alpha = \boldsymbol{\mu}_\alpha + L_\alpha \boldsymbol{\gamma}, \quad \Sigma_\alpha = L_\alpha L_\alpha^T, \tag{6.9}$$

где индекс α соответствует одному из двух наборов параметров $\{\alpha,\, \beta\}$ и $\{N,\, t_{\max},\, t_1\}$, $\boldsymbol{\mu}_\alpha$ - математические ожидания, $\gamma_i \sim \mathcal{N}(0,1)$.

После восстановления исходных параметров выбранной параметризации с помощью обратного преобразования они подставляются в выражение (6.6) или (6.7). На основе полученного индивидуального профиля ливня осуществляется розыгрыш черенковских фотонов. Полное число черенковских фотонов $N_{\text{cher}}(E)$ линейно зависит от энергии каскада и определяется независимо. Зависимость $N_{\text{cher}}(E)$ и её параметры представлены в приложении Е., таблица Е.2.

Проинтегрированное по "возрасту" ливня угловое распределение черенковских фотонов, образующихся в электромагнитном каскаде, параметризуется с помощью функции [73]

$$\begin{aligned}\left\langle \frac{1}{n_{\text{cher}}} \frac{1}{2\pi} \frac{\mathrm{d}n_{\text{cher}}(\cos\theta)}{\mathrm{d}\cos\theta} \right\rangle = a \cdot \exp\Bigg\{ b \cdot \left|\cos\theta - \frac{1}{c}\right|^d \\ - e \cdot \arctan\left(\cos\theta + f\right) \cdot \theta\left(\frac{1}{c} - \cos\theta\right) \Bigg\} + g,\end{aligned} \tag{6.10}$$

где $\theta\,(\cdot)$ - функция Хевисайда, и предполагается азимутальная симметрия вылета черенковских фотонов. Значения параметров $\{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g\}$ слабо флуктуируют в зависимости от энергии, поэтому для параметризации используются их усреднённые значения. Параметры углового распределения черенковских фотонов приведены в приложении Е., таблица Е.1. Частный случай угловой параметризации изображён на рисунке 6.1. Планируется дальнейшая работа по усовершенствованию параметризации углового распределения черенковских фотонов, в частности, учёт эволюции углового распределения с "возрастом" ливня и рассмотрение флуктуаций в азимутальном распределении.

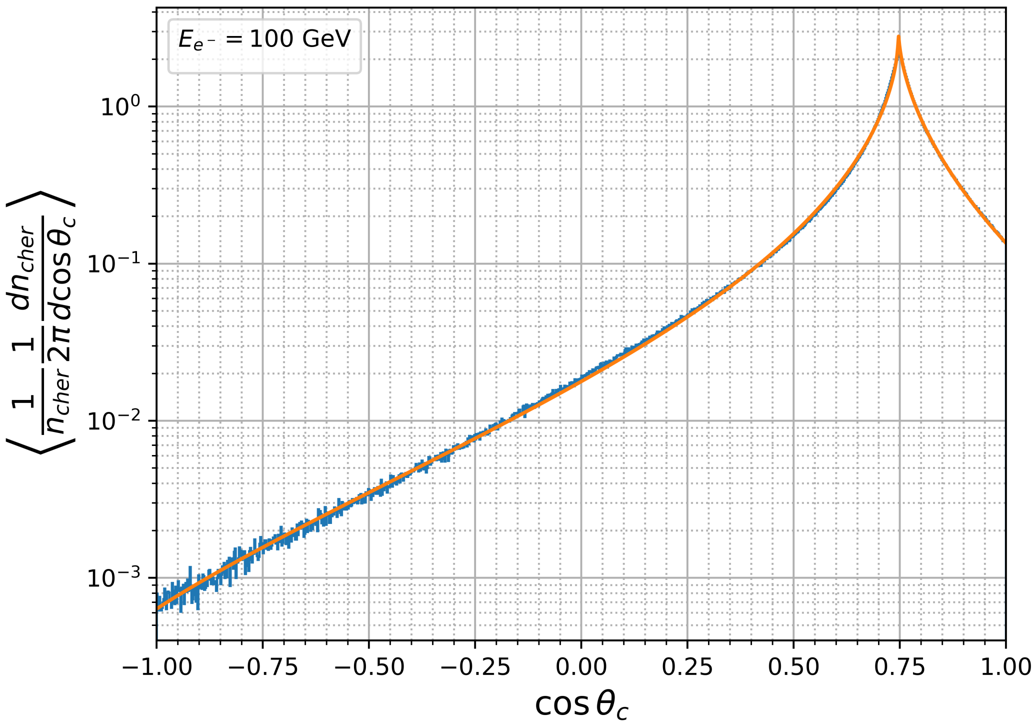
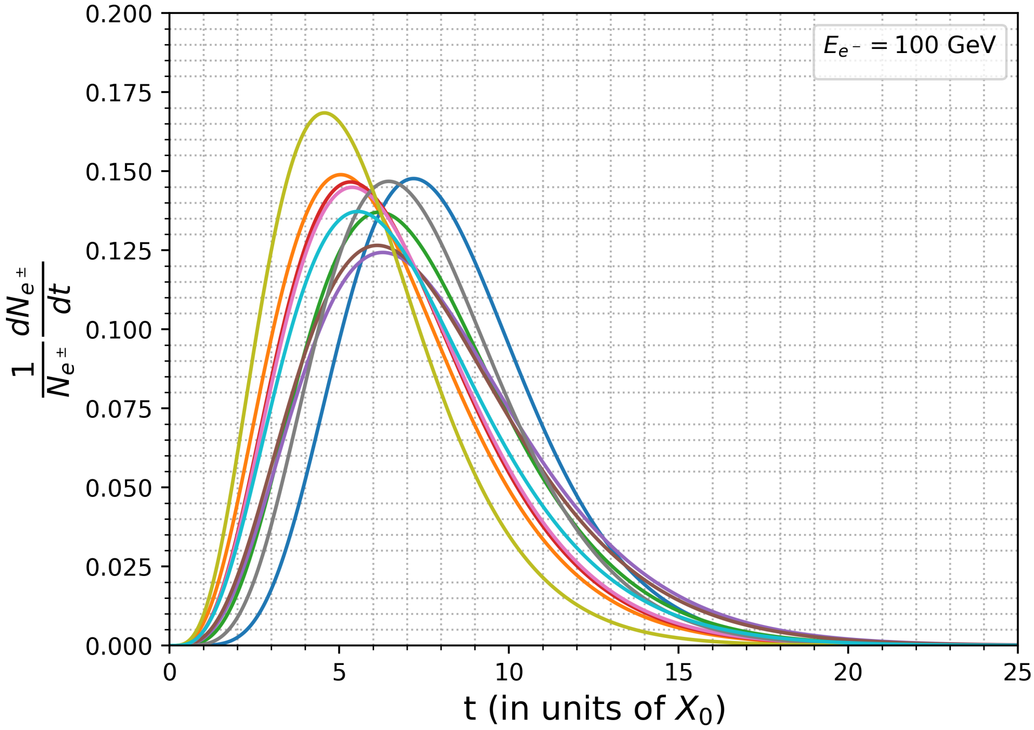
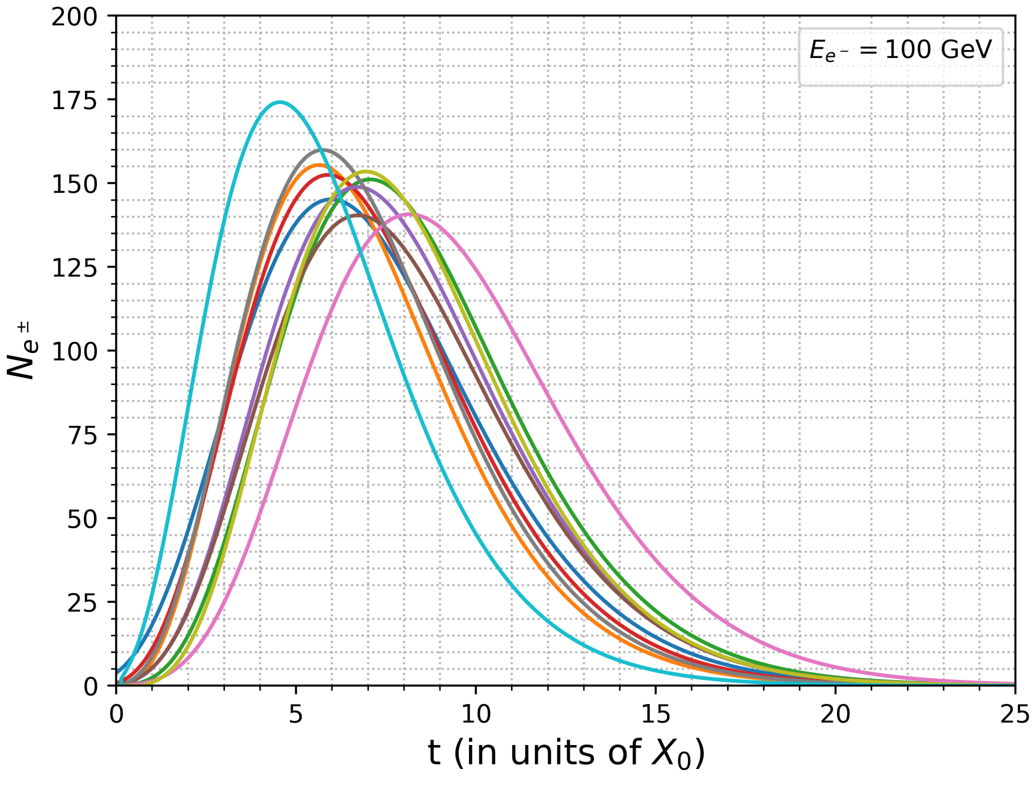


Рисунок 6.1: Проинтегрированное по "возрасту" ливня угловое распределение черенковских фотонов в электромагнитном ливне, индуцированном e^- с энергией $E_{e^-} = 100$ ГэВ.

Примеры использования продольной параметризации для индивидуальных электромагнитных каскадов представлены на рисунках 6.2a и 6.2b для случая гамма-распределения и модифицированной функции Грейзена соответственно.



(a) Гамма-распределение



(b) Модифицированная функция Грейзена

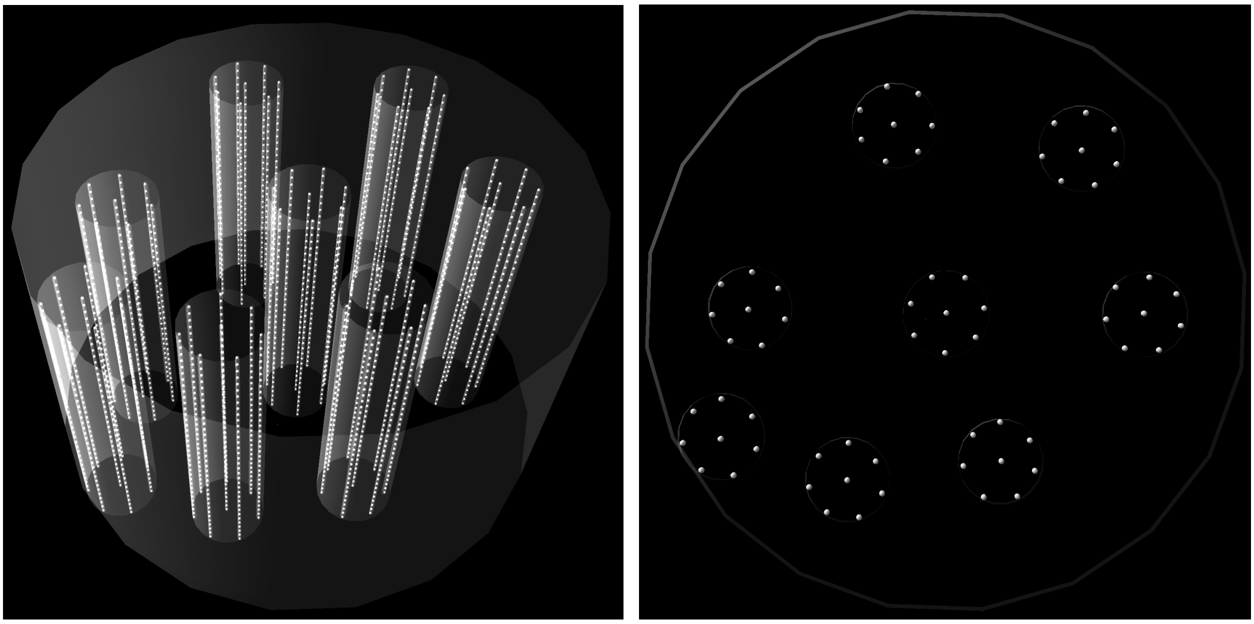
Рисунок 6.2: Восстановленные индивидуальные продольные профили электромагнитных ливней в результате параметризации на основе (a) Гамма-распределения, (b) модифицированной функции Грейзена, для начальной частицы e^- с энергией $E_{e^-} = 100$ ГэВ.

7. Конструктор нейтринных телескопов `Telescopes`

Модуль `Telescopes` применяется для конструирования различных нейтринных телескопов. Современные нейтринные телескопы представляют собой массив оптических модулей (ОМ), погружённых в прозрачную среду (вода или лёд). Особенностью `Telescopes` по реализации построения нейтринных телескопов является размещение ОМ в специальных логических объёмах (параллелепипед, цилиндр или сфера), реализованных в модуле `BoundingVolumes`, что отдалённо напоминает построение геометрии детектора в `Geant4`. Активные детекторы в виде ОМ помещаются во внутренние, вложенные друг в друга логические объёмы, соответствующие структурным элементам нейтринного телескопа. Так, для Baikal-GVD иерархия логических объёмов может быть представлена последовательностью: (i) мир - (ii) кластеры - (iii) струны - (iv) секции струн - (v) оптические модули. Здесь первые четыре уровня (i)-(iv) представлены цилиндрическими объёмами, в то время как (v) – сферическими. Для другой топологии нейтринного телескопа иерархия логических объёмов может быть выбрана иной.

Сконструированные вложенные объёмы позволяют задавать позиции и размеры лишь наиболее глубоко расположенных объёмов, с последующим автоматическим вычислением пространственных размеров внешних объёмов. Такая реализация позволяет удобно размещать активные ОМ в уже построенной вложенной структуре логических объёмов, где самым внутренним из них является сфера с размерами, соответствующими ОМ.

На данный момент в качестве основной геометрии для наших целей выступает конфигурация нейтринного телескопа Baikal-GVD на момент 2021-го года. В указанный период Baikal-GVD включал в себя 8 кластеров с общим числом ОМ 2304 и инструментальным объёмом около $0,4$ км^3. Схематическое изображение Baikal-GVD приведено на рисунке 7.1. Выбор данной конфигурации обусловлен успешной валидацией экспериментальных данных за 2021 год и проведённым анализом по измерению диффузного потока астрофизических нейтрино в период с 2018 по 2021 год. Впоследствии данный анализ предполагается воспроизвести с помощью `NTSim`, что потенциально может существенно повысить точность



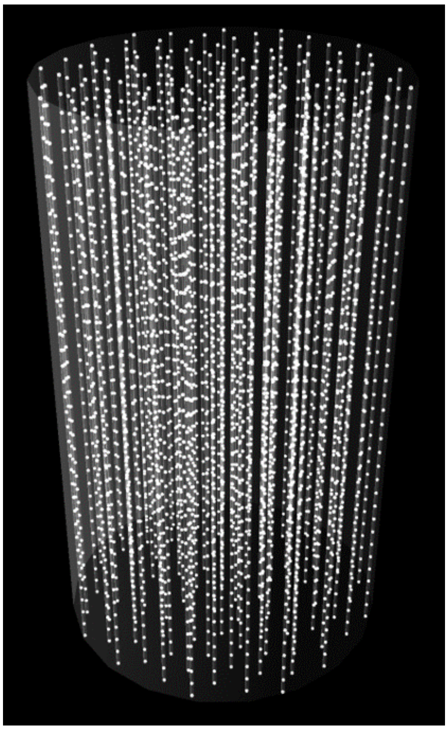
(a) Вид сбоку (b) Вид сверху

Рисунок 7.1: Геометрия нейтринного телескопа Baikal-GVD на момент 2021 года. Ограничивающие цилиндры соответствуют логическим объёмам для структурных элементов детектора.

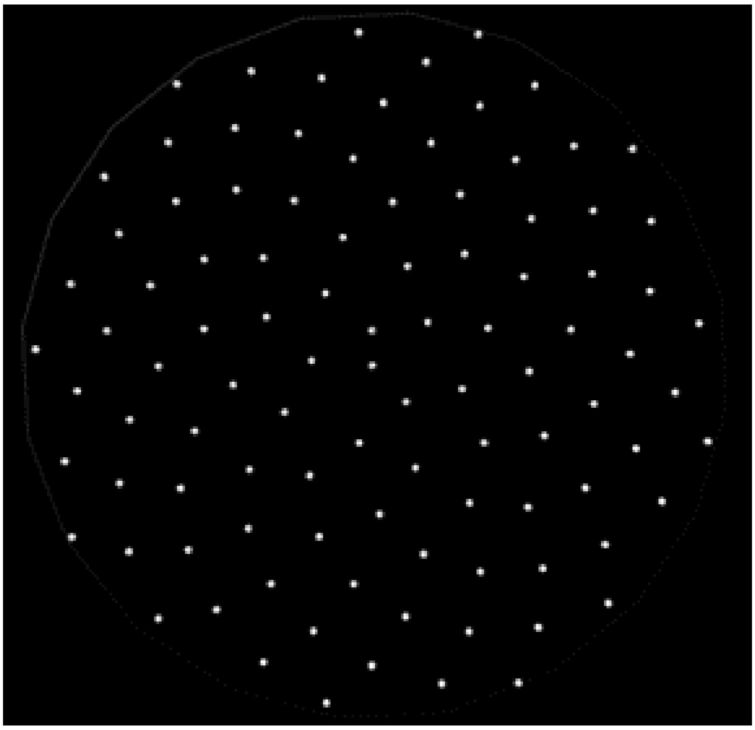
реконструкции нейтринных событий благодаря более детализированному моделированию.

В дополнение к геометрии Baikal-GVD, `NTSim` включает экспериментальные конфигурации различных типов нейтринных телескопов. Для детектирования нейтрино астрофизических энергий необходимо конструировать телескопы с максимально возможным объёмом, чтобы скомпенсировать "низкий поток" нейтрино в диапазоне энергий [TeV, EeV]. При этом, для оптимального сбора черенковских фотонов, ОМ должны быть размещены как можно более плотно. Такое создание подобных "областей плотности" ОМ может также оказаться полезным для других направлений в нейтринной физике, таких как исследование нейтринных осцилляций в потоках атмосферных нейтрино.

Каждый ныне существующий нейтринный телескоп обладает своими особенностями, которые позволяют ему достигать этих целей. Например, вода озера Байкал обеспечивает большую эффективную длину рассеяния света $\lambda_{\text{scat}}^{(\text{eff})} \approx 480$ м, лёд в месте расположения IceCube обладает большой длиной поглощения $\lambda_{\text{abs}} \approx 270$ м, а в KM3NeT используются ОМ с



(a) Вид сбоку



(b) Вид сверху

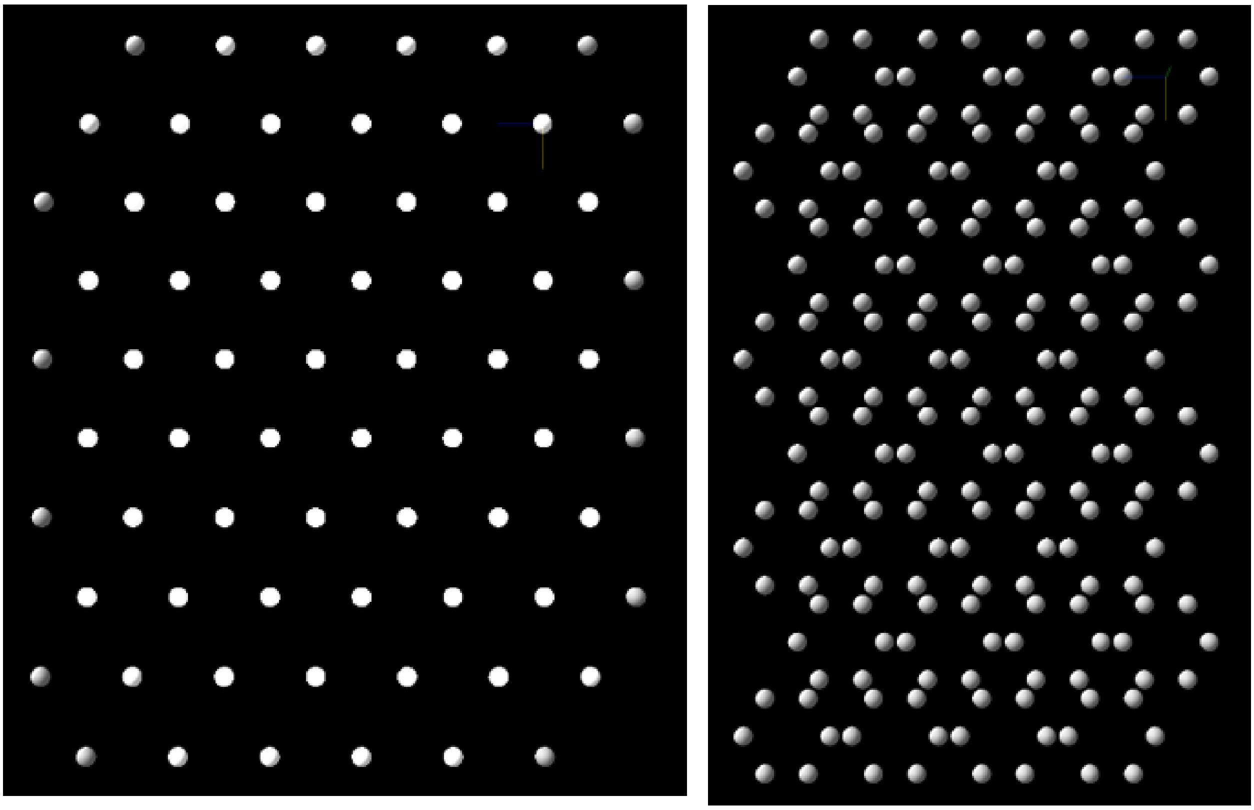
Рисунок 7.2: Топология нейтринного телескопа в виде цветка подсолнуха. Ограничивающие цилиндры соответствуют логическим объёмам для структурных элементов детектора.

расположенными по всей сфере оптического модуля фотоэлектронными умножителями (ФЭУ), что обеспечивает лучшее угловое разрешение и сбор фотоэлектронов.

В процессе поиска оптимальной геометрии нейтринного телескопа, отвечающей вышеописанным требованиям, были разработаны следующие топологии (i) цветок подсолнуха, (ii) пчелиные соты, (iii) кристаллическая решётка. Топология (i) основана на применении правила золотого сечения, при котором расположение струн нейтринного телескопа задаётся в полярных координатах по закону

$$\rho_i = a \cdot \sqrt{n_s}, \quad \phi_i = \pi\left(1 + \sqrt{5}\right) \cdot n_s, \tag{7.1}$$

где n_s - номер струны, a - параметр масштаба, задаваемый пользователем. Пример генерации данной топологии представлен на рисунке 7.2. Аналогичную геометрию планируется использовать в IceCube Gen2. Топология (ii) широко применяется во многих нейтринных телескопах,



(a) Равномерная конфигурация, вид сверху

(b) Локально плотная конфигурация, вид сверху

Рисунок 7.3: Топология нейтринного телескопа в виде пчелиных сот.

таких как IceCube Gen1 и KM3NeT. Её ключевая особенность заключается в минимизации суммарной длины сторон, соединяющих вершины гексагональной структуры расположения струн телескопа. Две возможности конфигурации струн в данной топологии изображены на рисунке 7.3. Наконец, топология (iii) является наиболее простой в реализации структурой нейтринного телескопа, представляя собой регулярное расположение ОМ в прямоугольных слоях, что обеспечивает отличную масштабируемость детектора. Подобная топология может быть реализована в планируемом эксперименте HUNT.

7.1. Оптические модули в `SensitiveDetectors`

В Baikal-GVD ОМ представляет собой герметичную стеклянную сферу, состоящей из двух полусфер, внутри которой располагается 10-дюймовый ФЭУ Hamamatsu R7081-100 [80]. Кроме того, внутри ОМ находятся высоковольтный источник питания и дополнительная электроника, включающая в себя калибровочные светодиоды и различные датчики: акселерометр/наклономер, компас, датчик давления, датчик влажности и температуры. Фотокатод ФЭУ прилегает к внутренней поверхности стеклянной сферы посредством силиконового эластичного геля, который обеспечивает оптический контакт между ФЭУ и сферическим стеклом. Чтобы минимизировать воздействие магнитного поля Земли, ФЭУ помещается в каркас из мю-металлической проволоки.

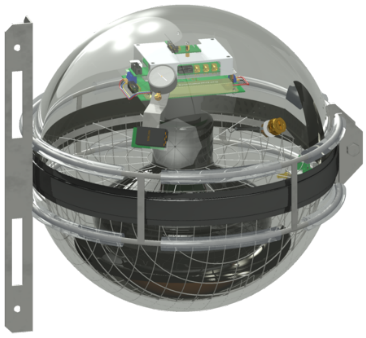
Проектирование ОМ осуществляется с помощью модуля `SensitiveDetectors`. В настоящее время доступна конструкция ОМ с одним большим ФЭУ либо с расположением нескольких ФЭУ по всей поверхности сферы ОМ таким образом, чтобы они обеспечивали полное покрытие телесного угла в 4π. Во втором случае ФЭУ размещаются в вершинах икосаэдра с возможностью регулировки деления его граней. Пользователь также задаёт направление нормалей для фотокатодов ФЭУ и их габариты. Реализованные в `NTSim` оптические модули представлены на рисунке 7.4.

После выбора конструкции ОМ, необходимо задать характеристики для ФЭУ, такие как квантовая эффективность фотокатода, коэффициент сбора заряда, угловое разрешение и прочие. Эти параметры в дальнейшем будут учитываться как веса в расчёте среднего числа генерируемых фотоэлектронов. Для их интеграции пользователь должен реализовать собственные методы, описывающие каждый из эффектов, и добавить их в класс соответствующего ОМ.

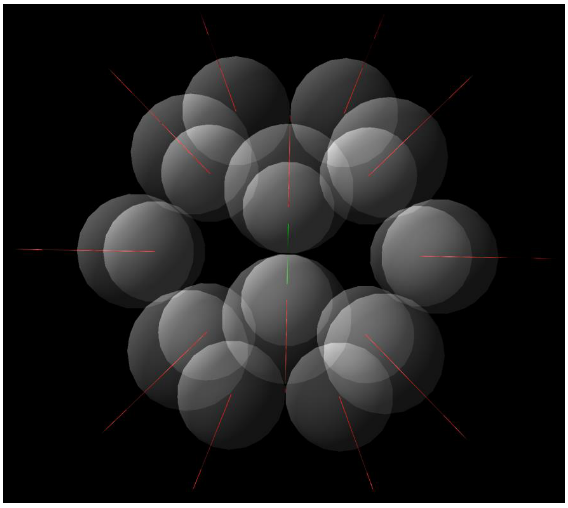
7.2. Срабатывание оптических модулей в `RayTracer`

Для оптимального моделирования нейтринных телескопов каждый логический объём обладает параметром глубины, который определяет его уровень в иерархии вложенности. Помимо глубины, каждый тип логического объёма реализует метод по определению пересечения его с траекториями фотонов.

Завершающий этап моделирования в `NTSim` заключается в расчёте отклика нейтринного телескопа на нейтринные события. Срабатывание ОМ



(a) Оптический модуль Baikal-GVD



(b) Модель оптического модуля с размещёнными по поверхности сферы ФЭУ. Красные стрелки соответствуют вектору нормали к фотокатоду

Рисунок 7.4: Реализованные оптические модули в `SensitiveDetectors`.

и определение среднего числа фотоэлектронов происходит в результате попадания черенковского фотона на фотокатод ФЭУ. Для нахождения пересечений траекторий фотонов с каждым ОМ требуется провести $n_{\text{cher}} \times n_{\text{scat}} \times n_{\text{OM}}$ итераций, где n_{cher} - количество черенковских фотонов, n_{scat} - число шагов рассеяния, n_{OM} - общее количество ОМ. Для высокоэнергетических событий, где рождается большое количество черенковских фотонов, и для сред с большой длиной поглощения, объём вычислений становится чрезвычайно велик, что негативно сказывается на скорости моделирования.

Модуль `RayTracer` был разработан для увеличения эффективности определения пересечений траекторий фотонов с ОМ. Основная идея алгоритма заключается в первичном выявлении пересечений фотонов с логическими объёмами на заданном уровне глубины, а затем, при успешном обнаружении пересечения, проводится поиск попадания фотона в ОМ внутри этого объёма. Иллюстрация, демонстрирующая данный алгоритм, представлена на рисунке 7.5. Данный подход существенно сокращает количество необходимых итераций. Для дополнительного ускорения работы алгоритма все методы реализованы с использованием библиотеки `Numba`. В силу произвольности конфигурации нейтринного

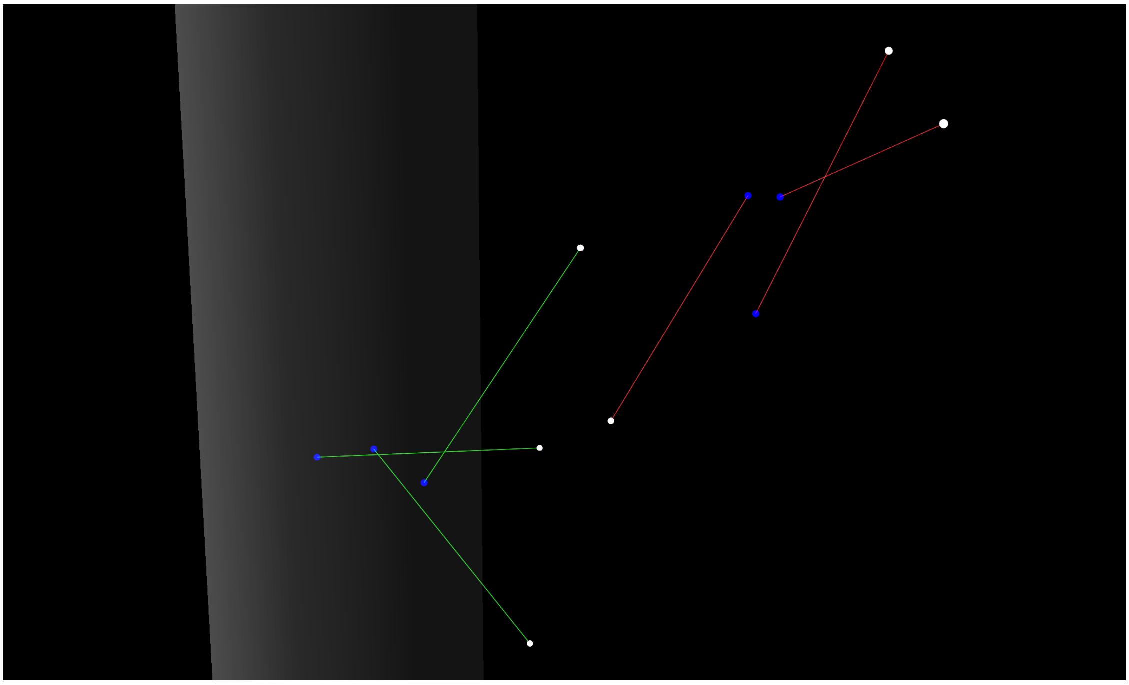


Рисунок 7.5: Пример работы `RayTracer`. Определяется пересечение отрезков с цилиндрическим логическим объёмом.

телескопа, задача пользователя заключается в выборе такой глубины для логических объёмов, которая минимизирует число итераций. Это число зависит от количества и типа логических объёмов на данной глубине. Следовательно, наиболее эффективная структура будет содержать минимально необходимое количество логических объёмов, соответствующих топологии нейтринного телескопа, с наименьшим суммарным ограниченным объёмом.

Стоит отметить, что задание глубины, отвечающей самому внешнему логическому объёму — "миру" - не ведёт к ускорению `RayTracer`, поскольку весь мир содержит все ОМ. Аналогично, задание глубины, соответствующей объёмам, ограничивающим отдельные ОМ, также не приведёт к увеличению скорости, а скорее может замедлить процесс из-за двойного счёта количества ОМ.

8. Оценка эффективного объёма Baikal-GVD

Для количественной оценки эффективности нейтринных телескопов в задаче регистрации астрофизических нейтрино вводится понятие эффективного объёма телескопа V_{eff}. Эффективный объём определяется как такой объём, в котором частота взаимодействия нейтрино равна частоте регистрации нейтрино в детекторе. Из определения V_{eff} следует, что эффективный объём зависит от флейвора нейтрино, типа взаимодействия (заряженный или нейтральный ток), энергии и направления прилёта нейтрино. V_{eff} можно записать как

$$V_{\text{eff}} = \frac{R_{ij}}{I_{ij}}, \tag{8.1}$$

где R_{ij} - частота регистрации нейтрино, I_{ij} - частота взаимодействия нейтрино в диапазоне энергии $[E_i, E_{i+1}]$ и зенитного угла $[\theta_j, \theta_{j+1}]$, индексы i и j отвечают бинам по энергии и зенитному углу соответственно,

$$I_{ij} = \frac{\rho N_A}{\mu} \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} \int_{E_i}^{E_{i+1}} \frac{\mathrm{d}\Phi_{\text{astro}}^{\nu,\overline{\nu}}(E,\theta)}{\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega} \sigma_{\nu,\overline{\nu}}(E)\mathrm{d}E\mathrm{d}\Omega, \tag{8.2}$$

где ρ - плотность вещества (для воды $\rho = 1$ г/см^3), N_A - число Авогадро, μ - молярная масса нуклона, $\sigma_{\nu,\overline{\nu}}(E)$ - полное сечение взаимодействия нейтрино с веществом.

Частота регистрации нейтрино R_{ij} зависит от уровня регистрации, на котором нейтрино считаются задетектированными. Для Baikal-GVD можно выделить три таких уровня регистрации: (i) нейтринное событие вызвало срабатывание одно/мульти-кластерного триггера, (ii) событие можно отделить от атмосферного фона и реконструировать первоначальный трек нейтрино, (iii) отбор реконструированных событий по специальным параметрам качества. На текущий момент в `NTSim` реализована только первая стадия оценки эффективности (i), однако также планируется внедрить стадии (ii) и (iii).

Каждый кластер в нейтринном телескопе Baikal-GVD может работать в качестве независимого детектора с собственным рабочим объёмом и триггером. Он представляется в виде массива из 36 ОМ, расположенных на струнах, размещённых в вершинах гептагона и его центре. Средний радиус кластера составляет 60 м, а расстояние между ОМ примерно равно 15 м. Стандартный однокластерный триггер основывается на условии, что два соседних ОМ в одной секции должны сработать в пределе 100-секундного интервала с минимальной средней амплитудой сигнала $A_1 \approx 3,5$ фотоэлектронов для одного ОМ и $A_2 \approx 1,7$ фотоэлектронов для другого [81]. Данный однокластерный триггер является реализацией модуля `Triggers` в `NTSim`. Мультикластерный триггер в настоящей работе не рассматривается.

В качестве референсных событий для оценки эффективности нейтринного телескопа Baikal-GVD были выбраны восходящие (приходящие из-под земли) события взаимодействий мюонных нейтрино и антинейтрино $(\nu_\mu + \overline{\nu}_\mu)$ с веществом через заряженный (CC) и нейтральный (NC) токи в диапазоне зенитных углов $\theta_\nu \in [120°, 180°]$ [82, 83]. Первый тип взаимодействий порождает трекоподобные события, возникающие в результате прохождения высокоэнергетических мюонов через объём детектора. Такая топология событий позволяет произвести точную реконструкцию направления прилёта нейтрино за счёт протяжённого прямолинейного трека мюона, однако из-за неполного сбора выделившейся энергии в среде обладает менее точной реконструкцией энергии первоначальных нейтрино. Взаимодействия нейтрино через NC бразуют каскадоподобные события, локализованные в небольшой области внутри детектора, что позволяет эффективно собирать выделившуюся энергию и соответственно восстанавливать исходную энергию нейтрино. Благодаря высокой степени анизотропии воды озера Байкал, каскадоподобные события также обеспечивают возможность определения направления прилёта нейтрино, хотя точность такого определения оказывается менее высокой по сравнению с трекоподобными событиями. Восходящие нейтрино выбраны с целью подавления фоновых событий от атмосферных нейтрино и мюонов.

Эффективный объём V_{eff} нейтринного телескопа Baikal-GVD был оценён как для отдельного кластера, так и для полной конфигурации на момент 2021 года, состоящей из 8 кластеров. Были рассмотрены оба канала взаимодействия мюонных нейтрино и антинейтрино $(\nu_\mu + \overline{\nu}_\mu)$ через CC и

NC. Генерация нейтринных событий была выполнена с использованием генератора `NuGen` при заданных значениях энергии и с равномерным распределением по косинусу зенитного угла прилёта нейтрино в интервале $\cos\theta \in [-1, -0.5]$ и по азимутальному углу φ в пределах $[0, 2\pi)$.

Точка взаимодействия нейтрино в объёме нейтринного телескопа разыгрывалась согласно равномерному распределению внутри двух коаксиальных цилиндров, разбитых на два цилиндрических слоя. Для случая CC диаметр внутреннего слоя определялся на основе среднего пробега мюона в воде при предположении полной передачи энергии от нейтрино, в то время как радиус внешнего слоя соответствовал максимальному пробегу мюона. Для случая NC радиус внутреннего слоя определялся в соответствии с инструментальным объёмом детектора, а радиус внешнего слоя отличался от внутреннего примерно на одну эффективную длину рассеяния фотонов в озере Байкал $\lambda_{\rm scat}^{\rm (eff)} \approx 480$ м. Первый цилиндр соответствует дну озера Байкал, а второй - водяному столбу над ним. Распределение событий между этими цилиндрами задавалось исходя из их относительной плотности вещества, а вероятности рождения нейтрино во внутреннем и внешнем слоях соотносились как $p_1 : p_2 = 2 : 1$.

Пропагация частиц, возникших в результате взаимодействия нейтрино с веществом, осуществлялась с помощью модуля `ParticlePropagator`. Был использован "быстрый" набор физических процессов, оптимизированный для моделирования частиц высоких энергий. Для моделирования электромагнитных ливней в энергетическом диапазоне $\left[10^1, 10^4\right]$ ГэВ использовалась продольная параметризация индивидуальных каскадов и усреднённая по "возрасту" ливня угловая параметризация направлений вылета черенковских фотонов. Для увеличения скорости симуляции были установлены пороги генерации $e^{\pm}$ с длиной пробега в воде не менее 1 м, что не вносит большую ошибку учитывая масштабы размеров нейтринного телескопа. Дополнительно применялась упрощенная аппроксимация для $e^{\pm}$ с энергией ниже 1 ГэВ в виде прямой линии, длина которой равна экстраполированному пробегу $e^{\pm}$ в соответствующей среде.

Генерация черенковских фотонов выполнялась в модуле `CherGen`. Диапазон длин волн черенковских фотонов был выбран равным $[350, 610]$ нм, для которого были получены экспериментальные значения длин рассеяния и поглощения фотонов в воде озера Байкал. Подавляющий фактор $\dfrac{1}{n_{\text{sup}}}$ был выбран таким образом, чтобы в диапазоне энергий $E_\nu \in \left[10^2, 10^3\right]$ ГэВ число черенковских фотонов было $n_{\text{cher}} \geq 10^6$, а в $E_\nu \in \left(10^3, 10^5\right]$ ГэВ - $n_{\text{cher}} \geq 2 \times 10^6$ для событий NC при полной передаче энергии адронной системе. Генерация большого числа черенковских фотонов с помощью методов Монте-Карло требует значительных временных затрат, вследствие чего применяются данные ограничения. Однако с внедрением новых методов описания распространения света в прозрачных средах данное ограничение может быть снято.

Модифицированная функция Грейзена была выбрана для продольной параметризации индивидуальных электромагнитных ливней, которая обеспечивала лучшее приближение к усреднённому профилю каскада по сравнению с гамма-распределением. Генерация черенковских фотонов происходила не во всём заданном объёме, а лишь в непосредственной близости к нейтринному телескопу, на среднем расстоянии до крайней струны детектора, равном примерно одной эффективной длине рассеяния $\lambda_{\text{scat}}^{(\text{eff})} \approx 480$ м.

Эффективный объём $V_{\text{eff}}^{(\text{CC/NC})}$ в контексте методов Монте-Карло может быть переопределён как отношение количества задетектированных нейтринных событий $N_{\nu,\text{det}}^{(\text{CC/NC})}$ к полному числу событий $N_{\nu,\text{tot}}^{(\text{CC/NC})}$, сгенерированных в геометрическом объёме V, умноженное на этот объём

$$V_{\text{eff}}^{(\text{CC/NC})} = \frac{N_{\nu,\text{det}}^{(\text{CC/NC})}}{N_{\nu,\text{tot}}^{(\text{CC/NC})}} \cdot V \equiv R^{(\text{CC/NC})} \cdot V. \tag{8.3}$$

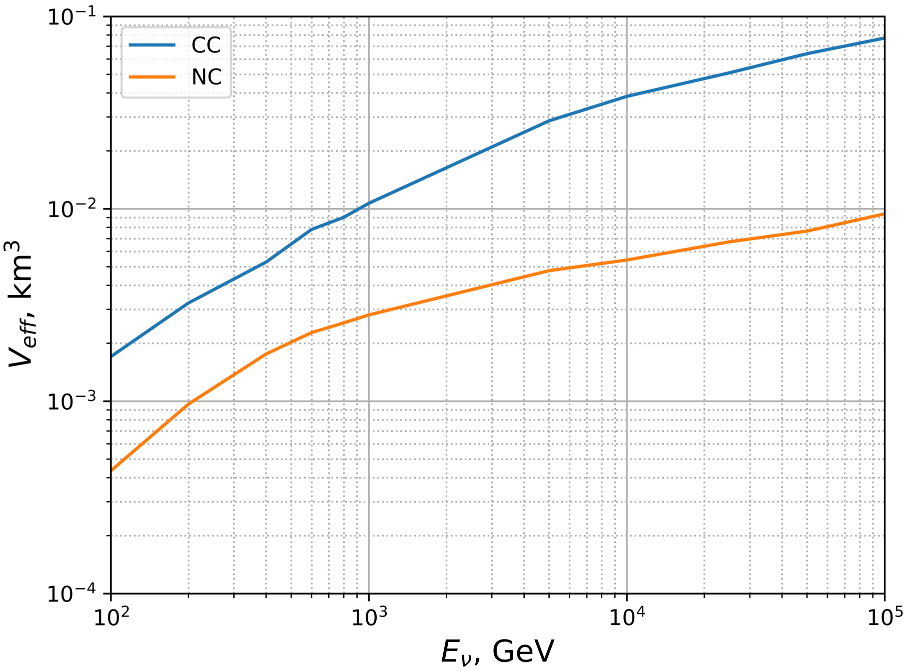
Была собрана выборка Монте-Карло данных, состоящая из 10^6 нейтринных событий $(\nu_\mu + \overline{\nu}_\mu)$ для случаев NC и CC, на различных уровнях энергии из списка значений [100, 200, 400, 600, 800, 1000, 5000, 10000, 25000, 50000, 100000] ГэВ. Геометрические параметры цилиндрических слоёв, используемых для генерации нейтринных взаимодействий, приведены в таблице 8.1. Указанные параметры применимы к анализу отдельного кластера, а в случае конфигурации Baikal-GVD на 2021 год к радиусам цилиндрических слоёв R_1 и R добавляется среднее значение радиуса инструментального объёма нейтринного телескопа, приблизительно равное 0.5 км.

Результаты расчёта эффективного объёма V_{eff} для отдельного независимого кластера Baikal-GVD, а также для полной конфигурации телескопа, состоящей из 8 кластеров, актуальной на момент 2021 года, представлены на рисунках 8.1a и 8.1b соответственно.

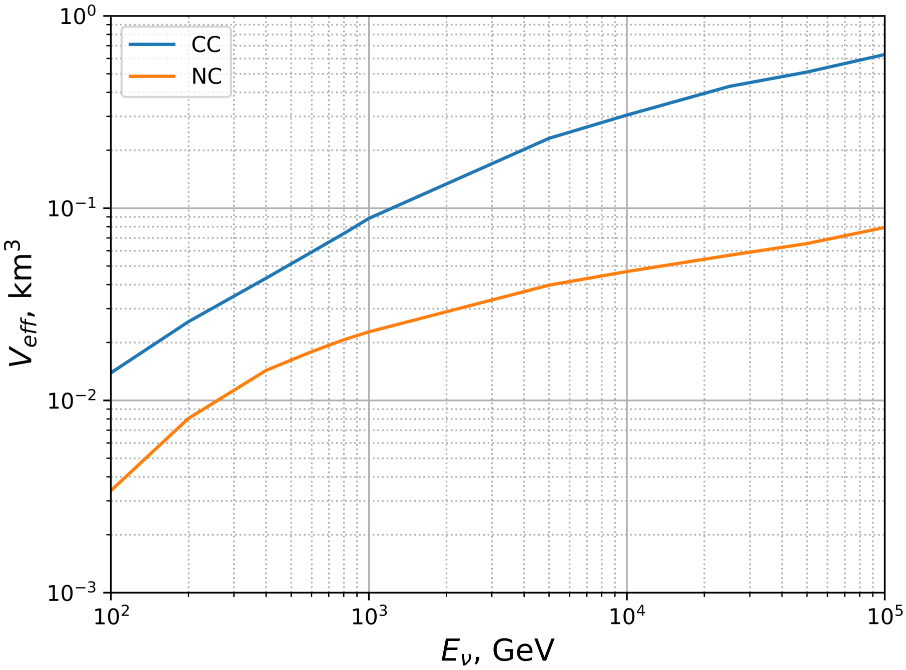
Поведение кривых эффективного объёма $V_{\text{eff}}(E_\nu)$ определяется влиянием множества факторов, включая распределение кинематических переменных x и y вторичных частиц, возникающих в результате взаимодействия нейтрино, геометрию нейтринного телескопа, характеристики ОМ, оптические свойства воды, уровень регистрации событий в детекторе, а также различные параметры моделирования, задающие эффективность симуляции. Подробное исследование влияния каждого из этих факторов на $V_{\text{eff}}(E_\nu)$ ещё предстоит выполнить, однако уже сейчас можно констатировать, что в анализе для случая NC взаимодействий поведение кривой $V_{\text{eff}}^{(\text{NC})}(E_\nu)$ полностью определяется частотой регистрации нейтринных событий $R^{(\text{NC})}(E_\nu)$, в то время как постоянный объём генерации нейтринных событий $V^{(\text{NC})}$, ограничивающий детектор, играет роль коэффициента пропорциональности.

В случае CC взаимодействий объём генерации нейтринных событий $V^{(\text{CC})}(E_\nu)$ уже не является постоянным и основное влияние на поведение кривой $V_{\text{eff}}^{(\text{CC})}(E_\nu)$ оказывает именно он, конкурируя с зависимостью частоты регистрации событий $R^{(\text{CC})}(E_\nu)$, которая уменьшается с увеличением энергии первоначального нейтрино при выбранных параметрах объёма генерации.

В дальнейшем планируется улучшить представленную методику оценки эффективного объёма и набрать бóльшую статистику Монте-Карло данных для нейтрино высоких энергий, а также сравнить полученные значения с предыдущими результатами.



(a) 1 кластер



(b) 8 кластеров

Рисунок 8.1: Зависимость эффективного объёма V_{eff} от энергии восходящих нейтрино $(\nu_\mu + \overline{\nu}_\mu)$ в диапазоне зенитных углов $\theta_\nu \in [120^\circ, 180^\circ]$ для случаев (a) отдельного кластера, (b) восьми кластеров Baikal-GVD с использованием однокластерного триггера.

Канал взаим.	E_ν, ГэВ	$2R_1$, км	R, км	H_{rock}, км	H_{water}, км
	100	0.365	0.75	0.2	
	200	0.7	1.15	0.35	
	400	1.3	1.8	0.65	
	600	1.8	2.5	0.9	
	800	2.2	3	1.1	
CC	1000	2.5	3.5	1.3	1.36
	5000	6.2	10	3	
	10000	7.8	13	4.3	
	25000	10.2	16	5	
	50000	12	21	6	
	100000	14	23	7	
NC	all	0.2	0.5	0.005	

Таблица 8.1: Геометрические параметры цилиндрических слоёв, предназначенных для генерации нейтринных взаимодействий в случае анализа отдельного кластера Baikal-GVD. Здесь R_1 - радус внутреннего цилиндра, R - радиус внешнего цилиндра, H_{rock} - толщина земной коры, H_{water} - глубина озера Байкал в месте расположения эксперимента Baikal-GVD.

ВЫВОДЫ

Программный комплекс NTSim, представленный в настоящей работе, отвечает современным вызовам нейтринной астрономии сверхвысоких энергий. Разрабатываемый в первую очередь для проекта Baikal-GVD, NTSim также может быть адаптирован для работы в следующем поколении экспериментов, таких как HUNT, TRIDENT и NEON. NTSim предоставляет возможность генерации широкого спектра частиц для задач нейтринной астрономии, включая потоки астрофизических и атмосферных нейтрино и группы мюонов. Основываясь на детальном моделировании взаимодействия частиц с веществом через Geant4 и применении ряда разработанных методов для ускорения симуляции, NTSim обеспечивает высокую эффективность и универсальность в работе с различными геометриями нейтринных телескопов.

В рамках данной работы были представлены ключевые модули и функциональные возможности программного комплекса NTSim

i. Модуль PrimaryGenerator отвечает за генерацию начальной точки первичного взаимодействия и даёт начало всей цепочки моделирования. Рассмотрены его реализации, включая нейтринный генератор NuGen, генератор частиц ToyGen, а также генераторы фотонов Laser и SolarPhotons. Вероятность прохождения нейтрино сквозь толщу Земли учитывается с помощью метода $\mathcal{Z}$-фактора.

ii. В задачи модуля PrimaryPropagator входит распространение начальных частиц через среду нейтринного телескопа и генерация вторичных частиц. Для этого был разработан независимый пакет g4camp, представляющий собой Python-интерфейс для Geant4, включение которого в NTSim осуществляется через модуль ParticlePropagator.

iii. Модуль MCPhotonTransporter отвечает за распространение фотонов согласно выбранным моделям рассеяния и заданному числу шагов рассеяния. На текущий момент данный модуль реализован с помощью метода Монте-Карло.

iv. Генератор `CherGen` создаёт черенковские фотоны вдоль треков заряженных частиц и на основе параметризации индивидуальных электромагнитных ливней. Данная реализация параметризации позволяет учитывать индивидуальные особенности каждого ливня, такие как положение его максимума, параметр формы и начало развития каскада частиц. Продольный профиль ливня параметризуется с использованием либо гамма-распределения, либо модифицированной функции Грейзена. Применяется усреднённая параметризация углового распределения черенковских фотонов.

v. Модуль `Telescopes` позволяет конструировать различные геометрии нейтринных телескопов для задач оптимизации их углового и энергетического разрешения. Реализованы топологии нейтринных телескопов в форме цветка подсолнуха, пчелиных сот и кристаллических структур. Оптические модули создаются в модуле `SensitiveDetectors` и представлены в виде стандартного оптического модуля Baikal-GVD и аналога цифрового оптического модуля, используемого в KM3NeT.

vi. За определение срабатываний оптических модулей отвечает алгоритм `RayTracer`, работающий с логическими объёмами, которые отображают структурные элементы нейтринного телескопа и включают в себя его оптические модули.

Заключительным этапом в настоящей работе стала оценка эффективности регистрации потока мюонных нейтрино и антинейтрино в нейтринном телескопе Baikal-GVD. В качестве меры эффективности был выбран эффективный объём детектора, который связывает частоту регистрации нейтрино с частотой взаимодействия нейтрино в детекторе. Рассмотрено две характерных топологии событий: (i) создающие протяжённый трек мюона через заряженный ток и (ii) каскадоподобные события, возникающие в результате взаимодействий через нейтральный ток. Был проведён расчёт эффективного объёма для одного независимого кластера Baikal-GVD, а также для полной конфигурации телескопа, состоящей из 8 кластеров, актуальной на момент 2021 года. Полученные результаты позволяют оценить способность Baikal-GVD регистрировать астрофизические нейтрино и служат важным показателем эффективности телескопа.

В рамках разработки программного комплекса `NTSim` были поставлены и успешно реализованы следующие задачи, нацеленные на расширение функционала `NTSim`, повышение его производительности и удобства работы

- Произведена оценка эффективного объёма нейтринного телескопа Baikal-GVD для регистрации мюонных нейтрино и антинейтрино, участвующих во взаимодействиях через заряженный и нейтральный токи.

- Разработан метод продольной параметризации индивидуальных электромагнитных каскадов, основанный на гамма-распределении и модифицированной функции Грейзена.

- Принято участие в разработке программного комплекса `NTSim`, в том числе была произведена работа над созданием абстрактной структуры, позволяющей пользователям интегрировать собственные модули.

- Разработан и успешно внедрён генератор черенковских фотонов `CherGen`, который генерирует черенковские фотоны вдоль треков заряженных частиц и на основе параметризации электромагнитных ливней.

- Реализована параметризация усреднённого углового распределения черенковских фотонов, генерируемых в процессе развития электромагнитного ливня.

- Расширены функциональные возможности программного пакета `g4camp`, выполнена тщательная переработка его внутреннего кода. Также разработана реализация `g4camp` в форме модуля `ParticlePropagator` для программного комплекса `NTSim`.

- В модулях `Telescopes` и `RayTracer` внедрено понятие логических объёмов. Также были разработаны новые модули: `BoundingVolumes`, `Triggers` и `IO`.

- Разработан алгоритм для генерации первичных взаимодействий в структуре коаксиальных цилиндров, которые подразделены на слои с различной вероятностью взаимодействия.

- Разработана модель нейтринного телескопа с уникальной топологией "цветка подсолнуха", а также создан оптический модуль, обеспечивающий обзор на 360 градусов (угол обзора 4π).

- Принято участие в разработке генераторов нейтрино `NuGen`, генератора частиц `ToyGen` и генератора солнечных фотонов `SolarPhotons`.

- Метод $\mathcal{Z}$-фактора, используемый для определения эволюции нейтринных потоков при прохождении через толщу Земли, был обобщён с учётом зависимости от угла прилёта нейтрино.

- Визуальный мультифункциональный интерфейс `VIOLINE`, используемый для визуализации событий в объеме нейтринного телескопа, был обновлён и значительно усовершенствован.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последние годы интерес к нейтринной астрономии со стороны научного сообщества продолжает расти. Знаковым событием в этой области стало обнаружение диффузного потока астрофизических нейтрино коллаборацией IceCube в 2013 году. С накоплением статистики начинают проявляться указания на точечные источники астрофизических нейтрино, такие как двойная система LS I +61 303, рентгеновский пульсар Swift J0243.6+6124, хорошо известный блазар TXS 0506 + 056 и другие [84, 85]. Для увеличения количества регистрируемых событий, а также для улучшения углового и энергетического разрешения детектора, многие современные нейтринные телескопы постепенно наращивают свой рабочий объём, становясь одними из самых масштабных сооружений, когда-либо созданных человечеством.

Одним из перспективных направлений развития нейтринной астрономии является формирование глобальной сети нейтринных телескопов (Global Neutrino Network, GNN) [32], которая объединяет нейтринные телескопы по всему миру в единую сеть. В задачи GNN входит раннее оповещение о крупномасштабных астрофизических событиях, выявленных в нейтринном спектре, других телескопов, работающих в различных диапазонах электромагнитного спектра и регистрирующих частицы космических лучей. Такая система позволит заранее подготовить телескопы к регистрации события. Нейтрино, слабо взаимодействуя с веществом и не отклоняясь в магнитных полях, приходят на Землю раньше других космических посланцев, что позволяет использовать их в качестве индикаторов событий.

В дальнейшей работе планируется осуществить развитие программного комплекса `NTSim` в качестве открытого проекта, а также как основного пакета моделирования для эксперимента Baikal-GVD. Предстоит развитие собственного нейтринного генератора `NuGen`, включая использование в нём методов решения кинетических уравнений переноса нейтрино через Землю и подробное описание адронной системы, образующейся в результате глубоко неупругого рассеяния нейтрино на нуклоне. Для расширения возможностей необходимо будет провести интеграцию сторонних нейтринных генераторов в `NTSim`. Планируется использование полуаналитического метода описания распространения света в среде, основанного на решении уравнения переноса излучения [64, 65], что может обеспечить значительное ускорение процесса моделирования. Продолжится развитие детальной параметризации электромагнитных ливней и применение разработанной методики к адронным каскадам. Также будет произведён учёт эволюции углового распределении черенковских фотонов с "возрастом" ливней.

Для целей коллаборации Baikal-GVD `NTSim` будет внедрён как основной инструмент для анализа данных. С его помощью будет производиться набор Монте-Карло данных по потокам атмосферных нейтрино и мюонов, которые являются неустранимым фоном для нейтринных телескопов, а также по потокам астрофизических нейтрино, в соответствии с различными моделями. Следующий этап заключается в процедуре отделения астрофизических событий от фоновых и сопоставлении отобранных событий с экспериментальными данными. На основе полученных результатов планируется вычислить ожидаемый диффузный поток астрофизических нейтрино с лучшей точностью. Реконструкция траекторий прилёта нейтрино предоставит возможность идентификации астрофизических источников нейтрино и определения механизмов ускорения частиц космических лучей.

Дальнейшие планы включают в себя использование программного комплекса `NTSim` в рамках российско-китайской коллаборации по созданию нейтринного телескопа следующего поколения HUNT на озере Байкал. Кооперация российских и китайских учёных в разработке HUNT позволит создать крупнейший нейтринный телескоп в мире с рабочим объёмом около 30 км^3. `NTSim` планируется использовать для проектирования оптимальной топологии нейтринного телескопа HUNT и разработки его составляющих, для оценки ожидаемой частоты регистрации событий и для последующего анализа данных. Этот проект позволит существенно углубить наше понимание фундаментальных астрофизических процессов и расширить границы знаний о Вселенной.

Студент ____________________ Завьялов С. И.
подпись студента

Научный руководитель ____________________ Наумов Д. В.
подпись научного руководителя

Зав. кафедрой
академик РАН ____________________ Матвеев В. А.
подпись зав. кафедрой

«____» ________________2024 г.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю Д. В. Наумову за руководство в процессе выполнения работы и значительное влияние на развитие личностных качеств автора в науке. Также благодарность адресована В. А. Наумову за полезные обсуждения механизмов ускорения частиц во Вселенной и структуры нуклонов, В. А. Аллахвердяну за продуктивные дискуссии по физике элементарных частиц, квантовой теории поля и разработке программного комплекса `NTSim`, и Д. Н. Заборову за ценные обсуждения.

Особая благодарность выражается М. О. Гончару и С. С. Хохлову за подробное обсуждение методов параметризации электромагнитных ливней, а также всему коллективу научной группы NTSim, включая Д. В. Наумова, В. А. Аллахвердяна, А. С. Шешукова, И. А. Перевалову, Д. В. Зубченко, А. С. Белякову, И. В. Черноусова и Я. В. Дубовика за совместную работу и поддержку.

Благодарность также адресуется коллаборации Baikal-GVD и её руководству, включая И. А. Белолаптикова, Г. В. Домогацкого и Ж.-А. М. Джилкибаева, за предоставленную возможность участвовать в масштабном проекте. Неоценимую помощь в освоении работы с удалёнными распределёнными вычислительными машинами и хранилищами данных, предоставляемыми ЛИТ ОИЯИ, оказали Н. А. Балашов и Т. В. Елжов, за что автор им искренне признателен.

Наконец, автор благодарен своим молодым коллегам Н. С. Бессонову, Е. К. Каркарьяну, А. Р. Попову и Н. А. Позднякову за полезные дискуссии по физике элементарных частиц и квантовой теории поля, которые существенно повлияли на его научное развитие.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Katz, U. F. and Spiering, Ch. High-energy neutrino astrophysics: Status and perspectives // Progress in Particle and Nuclear Physics. 2012. vol. 67, number 3. p. 651-704. DOI https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2011.12.001.

2. Learned, J. G. and Pakvasa, S. Detecting ν_τ oscillations at PeV energies // Astroparticle Physics. 1995. vol. 3, number 3. p. 267-274. DOI https://doi.org/10.1016/0927-6505(94)00043-3.

3. Athar, H., Kim, C. S. and Lee, J. Intrinsic and oscillated astrophysical neutrino flavor ratios revisited // Modern Physics Letters A. 2006. vol. 21, number 13. p. 1049-1065. DOI https://doi.org/10.1142/S021773230602038X.

4. Bell, A. R. The acceleration of cosmic rays in shock fronts – I // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1978. vol. 182, number 2. p. 147-156. DOI https://doi.org/10.1093/mnras/182.2.147.

5. Fermi, E. On the Origin of the Cosmic Radiation // Physical Review. 1949. vol. 75, issue 8. p. 1169-1174. DOI https://doi.org/10.1103/PhysRev.75.1169.

6. Elisabete M. de Gouveia Dal Pino et al. Magnetic Reconnection, Cosmic Ray Acceleration, and Gamma-Ray emission around Black Holes and Relativistic Jets // arXiv. 2019. DOI https://doi.org/10.48550/arXiv.1903.08982.

7. Brandt A. L. Gaches et al. Cosmic-Ray Acceleration from Turbulence in Molecular Clouds // The Astrophysical Journal Letters. 2021. vol. 917, number 2. p. L39. DOI https://dx.doi.org/10.3847/2041-8213/ac1b2f.

8. Aartsen, M. G. et al. (IceCube Collaboration). Evidence for High-Energy Extraterrestrial Neutrinos at the IceCube Detector // Science. 2013. vol.

342, number 6161. p. 1242856. DOI https://doi.org/10.1126/science.1242856.

9. Aartsen, M. G. et al. (IceCube Collaboration). Observation of High-Energy Astrophysical Neutrinos in Three Years of IceCube Data // Physical Review Letters. 2014. vol. 113, issue. 10. p. 101101. DOI https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.101101.

10. Allakhverdyan, V. A. et al. (Baikal-GVD Collaboration). Diffuse neutrino flux measurements with the Baikal-GVD neutrino telescope // Physical Review D. 2023. vol. 107, issue 4. p. 042005. DOI https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.042005.

11. Andreopoulos, C. et al. The GENIE neutrino Monte Carlo generator // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2010. vol. 614, number 1. p. 87-104. DOI https://doi.org/10.1016/j.nima.2009.12.009.

12. Aiello, S. et al. (KM3NeT Collaboration). gSeaGen: The KM3NeT GENIE-based code for neutrino telescopes // Computer Physics Communications. 2020. vol. 256. p. 107477. DOI https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107477.

13. Kim, D. Prometheus: An Open-Source Neutrino Telescope Simulation // arXiv. 2023. DOI https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.16432.

14. Huang, Tian-Qi et al. (HUNT Collaboration). Proposal for the High Energy Neutrino Telescope // PoS. 2023. vol. ICRC2023. p. 1080. DOI https://doi.org/10.22323/1.444.1080.

15. Ye, Z. P. et al. (TRIDENT Collaboration). Proposal for a neutrino telescope in South China Sea // arXiv. 2022. DOI https://doi.org/10.48550/arXiv.2207.04519.

16. Huang, Yunlei et al. (NEON Collaboration). Characteristics comparison of the 3-inch photomultipliers from Hamamatsu and NVN for the NEON

Neutrino Telescope // PoS. 2023. vol. ICRC2023. p. 1012. DOI https://doi.org/10.22323/1.444.1012.

17. NTSim PyPi project: https://pypi.org/project/ntsim/.
18. nudisxs PyPi project: https://pypi.org/project/nudisxs/.
19. nupropagator PyPi project: https://pypi.org/project/nupropagator/.
20. g4camp PyPi project: https://pypi.org/project/g4camp/.
21. Agostinelli, S. et al. (Geant4 Collaboration). Geant4—a simulation toolkit // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2003. vol. 506, number 3. p. 250-303. DOI https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8.
22. Allison, J. et al. (Geant4 Collaboration). Geant4 developments and applications // IEEE Transactions on Nuclear Science. 2006. vol. 53, number 1. p. 270-278. DOI https://doi.org/10.1109/TNS.2006.869826.
23. Allison, J. et al. (Geant4 Collaboration). Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2016. vol. 835. p. 186-225. DOI https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.06.125.
24. Naumov V. A. Neutrinos in physics astrophysics web page: http://theor.jinr.ru/~vnaumov/Eng/JINR_Lectures/NPA.html.
25. The Cosmic Ray Spectrum project: https://github.com/carmeloevoli/The_CR_Spectrum.
26. Greisen, K. End to the Cosmic-Ray Spectrum? // Physical Review Letters. 1966. vol. 16, issue 17. p. 748-750. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.16.748.

27. Zatsepin, G. T. and Kuzmin, V. A. Upper limit of the spectrum of cosmic rays // JETP Letters. 1966. vol. 4, issue 3. p. 78-80. URL: http://jetpletters.ru/ps/0/article_24846.shtml.

28. Bauleo, P. M. and Martino, J. R. The dawn of the particle astronomy era in ultra-high-energy cosmic rays // Nature. 2009. vol. 458, issue 7240. p. 847-851. DOI https://doi.org/10.1038/nature07948.

29. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика, в 10 т. Т. 1. Механика. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц - 7-е изд., стереотипное - Москва: Физико-математическая литература, 2018 - 222 с. - ISBN 978-5-9221-1611-4.

30. Perri, S., Bykov, A., Fahr, H. et al. Recent Developments in Particle Acceleration at Shocks: Theory and Observations // Space Science Reviews. 2022. vol. 218, issue 4. p. 26. DOI https://doi.org/10.1007/s11214-022-00892-5.

31. Caprioli, D., Amato, E. and P. Blasi. Non-linear diffusive shock acceleration with free-escape boundary // Astroparticle Physics. 2010. vol. 33, number 5. p. 307-311. DOI https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2010.03.001.

32. Global Neutrino Network (GNN) web page: https://www.globalneutrinonetwork.org/.

33. Aynutdinov, V.M., Allakhverdyan, V.A., Avrorin, A.D. et al. (Baikal-GVD Collaboration). The Baikal-GVD Neutrino Telescope: Current Status and Development Prospects // Physics of Atomic Nuclei. 2023. vol. 86, issue 6. p. 989-994. DOI https://doi.org/10.1134/S1063778824010101.

34. Dzhilkibaev, Zh.-A. M., Aynutdinov, V. M., Allakhverdyan, V. A. et al. (Baikal-GVD Collaboration). The Baikal-GVD Neutrino Telescope: Recent Results // Physics of Atomic Nuclei. 2023. vol. 86, issue 6. p. 995-1000. DOI https://doi.org/10.1134/S1063778824010162.

35. Glashow, S. L. Resonant Scattering of Antineutrinos // Physical Review. 1960. vol. 118, issue 1. p. 316-317. DOI https://doi.org/10.1103/PhysRev.118.316.

36. Кузьмин, К. С. Рассеяние нейтрино на нуклонах и поляризация заряженных лептонов в квазиупругих реакциях // специальность 01.04.16 - физика атомного ядра и элементарных частиц, диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. 2009. Объединённый институт ядерных исследований, г. Дубна, лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова.

37. Kretzer, S. and Reno, M. H. Tau neutrino deep inelastic charged current interactions // Physical Review D. 2002. vol. 66, issue 11. p. 113007. DOI https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.66.113007.

38. LHAPDF web page: https://lhapdf.hepforge.org/.

39. Buckley, A., Ferrando, J., Lloyd, S. et al. LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era // The European Physical Journal C. 2015. vol. 75. p. 132. DOI https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3318-8.

40. Hou, Tie-Jiun et al. Progress in the CTEQ-TEA NNLO global QCD analysis // arXiv. 2019. DOI https://doi.org/10.48550/arXiv.1908.11394.

41. Sinegovskaya, T. S., Morozova, A. D. and Sinegovsky, S. I. High-energy neutrino fluxes and flavor ratio in the Earth's atmosphere // Physical Review D. 2015. vol. 91, issue 6. p. 063011. DOI https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.91.063011.

42. Hillas, A. M. Cosmic Rays: Recent Progress and some Current Questions // arXiv. 2006. DOI https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0607109.

43. Gaisser, T. K. Spectrum of cosmic-ray nucleons, kaon production, and the atmospheric muon charge ratio // Astroparticle Physics. 2012. vol. 35, number 12. p. 801-806. DOI https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2012.02.010.

44. Zatsepin, V. I. and Sokolskaya, N. V. Three component model of cosmic ray spectra from 10 GeV to 100 PeV // Astronomy & Astrophysics. 2006.

vol. 458, number 1. p. 1-5. DOI https://doi.org/10.1051/0004-6361:20065108.

45. Ostapchenko, S. Nonlinear screening effects in high energy hadronic interactions // Physical Review D. 2006. vol. 74, issue 1. p. 014026. DOI https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.74.014026.

46. Ahn, Eun-Joo, Engel, R., Gaisser, T. K., Lipari, P., and Stanev, T. Cosmic ray interaction event generator SIBYLL 2.1 // Physical Review D. 2009. vol. 80, issue 9. p. 094003. DOI https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.80.094003.

47. Kalinovsky, A. N., Mokhov, N. V. and Nikitin, Yu. P. Passage of High-Energy Particles through Matter // American Institute of Physics, New York, 1989.

48. Kaidalov, A. B. High-energy hadronic interactions (20 years of the Quark-Gluon Strings Model) // Physics of Atomic Nuclei. 2003. vol. 66, number 11. p. 1994–2016. https://doi.org/10.1134/1.1625743.

49. Bugaev, E. V., Misaki, A., Naumov, V. A., Sinegovskaya, T. S., Sinegovsky, S. I. and Takahashi, N. Atmospheric muon flux at sea level, underground, and underwater // Physical Review D. 1998. vol. 58, issue 5. p. 054001. DOI https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.58.054001.

50. Bugaev, E. V. et al. // Nuovo Cim. C. 1989. vol. 12, number 41.

51. Naumov, V. A., Perrone, L. Neutrino Propagation Through Matter // Astroparticle Physics. 1999. vol. 10, number 2. p. 239-252. DOI https://doi.org/10.1016/S0927-6505(98)00046-2.

52. Particle Data Group web page: https://pdg.lbl.gov/.

53. Allakhverdyan, V. A. et al. (Baikal-GVD Collaboration). Method and portable bench for tests of the laser optical calibration system components for the Baikal-GVD underwater neutrino Cherenkov telescope // arXiv. 2021. DOI https://doi.org/10.1088/1748-0221/16/12/C12011.

54. Allakhverdyan, V. A. et al. (Baikal-GVD Collaboration). Method and portable bench for tests of the laser optical calibration system components for the Baikal-GVD underwater neutrino Cherenkov telescope // Journal of Instrumentation. 2021. vol. 16, number 12. p. 12011. DOI https://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/16/12/C12011.

55. Balkanov, V. A. et al. (Baikal-GVD Collaboration). In situ measurements of optical parameters in Lake Baikal with the help of a Neutrino telescope // Applied Optics. 1999. vol. 38, number 33. p. 6818-6825. DOI https://doi.org/10.1364/AO.38.006818.

56. Avrorin, A. D. et al. (Baikal-GVD Collaboration). Asp-15—A stationary device for the measurement of the optical water properties at the NT200 neutrino telescope site // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2012. vol. 693. p. 186-194. DOI https://doi.org/10.1016/j.nima.2012.06.035.

57. Dziewonski, A. M., Anderson, D. L. Preliminary reference earth model // Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1981. vol. 25, number 4. p. 297—356, DOI https://doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7.

58. Bahcall, J. N. and Krastev, P. I. Does the Sun appear brighter at night in neutrinos? // Physical Review C. 1997. vol. 56, issue 5. p. 2839-2857. DOI https://doi.org/10.1103/PhysRevC.56.2839.

59. Zhao, Y. and Anderson D. L. Mineral physics constraints on the chemical composition of the Earth's lower mantle // Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1994. vol. 85, number 3. p. 273-292. DOI https://doi.org/10.1016/0031-9201(94)90118-X.

60. geant4_pybind project: https://github.com/HaarigerHarald/geant4_pybind.

61. pybind11 project: https://github.com/pybind/pybind11.

62. Henyey, L. G. and Greenstein, J. L.. Diffuse radiation in the Galaxy // Astrophysical Journal. 1941. vol. 93. p. 70-83. DOI http://dx.doi.org/10.1086/144246.

63. Lord Rayleigh. X. On the electromagnetic theory of light // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1881. vol. 12, number 73. p. 81-101. DOI https://doi.org/10.1080/14786448108627074.

64. Allakhverdian, V. and Naumov, D. V. Exact analytical solution of the one-dimensional time-dependent radiative transfer equation with linear scattering // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 2023. vol. 310. p. 108726. DOI https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2023.108726.

65. Allakhverdian, V. and Naumov, D. V. Infinite Series Solution of the Time-Dependent Radiative Transfer Equation in Anisotropically Scattering Media // arXiv. 2024. DOI https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.15698.

66. Tamm, I. E. and Frank, I. M. Coherent radiation of fast electrons in a medium // Dokl. Akad. Nauk SSSR. 1937. vol. 14, number 3. p. 107-112. DOI https://doi.org/10.3367/UFNr.0093.196710o.0388, https://doi.org/10.1007/978-3-642-74626-0_2.

67. NumPy web page: https://numpy.org/.

68. Numba web page: https://numba.pydata.org/.

69. Landau, L. D., Pomeranchuk, I. Limits of applicability of the theory of bremsstrahlung electrons and pair production at high-energies // Dokl.Akad.Nauk Ser.Fiz. 1953. vol. 92. p. 535-536

70. Landau, L. D., Pomeranchuk, I. Electron cascade process at very high-energies // Dokl.Akad.Nauk Ser.Fiz. 1953. vol. 92. p. 735-738.

71. Migdal, A. B. Bremsstrahlung and Pair Production in Condensed Media at High Energies // Physical Review. 1956. vol. 103, issue 6. p. 1811-1820. DOI https://doi.org/10.1103/PhysRev.103.1811.

72. Grindhammer, G. and Peters, S. The Parameterized Simulation of Electromagnetic Showers in Homogeneous and Sampling Calorimeters // arXiv. 2000. DOI https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ex/0001020.

73. Rädel, L. and Wiebusch, C. Calculation of the Cherenkov light yield from electromagnetic cascades in ice with Geant4 // Astroparticle Physics. 2013. vol. 44. p. 102-113. DOI https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2013.01.015.

74. Nelson, W. Ralph, Hirayama, H. and Rogers, David W. O. The Egs4 Code System // SLAC-0265, SLAC-265, SLAC-R-0265, SLAC-R-265. 1985. https://www-public.slac.stanford.edu/sciDoc/docMeta.aspx?slacPubNumber=slac-r-265.

75. Rossi, B. and Greisen, K. Cosmic-Ray Theory // Reviews of Modern Physics. 1941. vol. 13, issue 4. p. 240-309. DOI https://doi.org/10.1103/RevModPhys.13.240.

76. Greisen, K. Cosmic Ray Showers // Annual Review of Nuclear and Particle Science. 1960. vol. 10. p. 63-108. DOI https://doi.org/10.1146/annurev.ns.10.120160.000431.

77. Lipari, P. Concepts of "age" and "universality" in cosmic ray showers // Physical Review D. 2009. vol. 79, issue 6. p. 063001. DOI https://doi.org/10.1103/PhysRevD.79.063001.

78. Stadelmaier, M., Vícha, J., Novotný, V. Greisen function and its ability to describe air-shower profiles // Physical Review D. 2023. vol. 107, issue 10. p. 103056. DOI https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.103056.

79. iMinuit PyPi project: https://pypi.org/project/iminuit/.

80. Shaybonov, B. et al. (Baikal-GVD Collaboration). The optical module of the Baikal-GVD neutrino telescope // PoS. 2016. vol. ICRC2015. p. 1163. DOI https://doi.org/10.22323/1.236.1163.

81. Belolaptikov, I et al. (Baikal-GVD Collaboration). Neutrino Telescope in Lake Baikal: Present and Nearest Future // PoS. 2021. vol. ICRC2021. p. 002. DOI https://doi.org/10.22323/1.395.0002.

82. Allakhverdyan, V. A. et al. (Baikal-GVD Collaboration). Measuring muon tracks in Baikal-GVD using a fast reconstruction algorithm // The European Physical Journal C. 2021. vol. 81, issue 11. p. 1025. DOI https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09825-y.

83. Dvornicky, R. et al. (Baikal-GVD Collaboration). Search for cascade events with Baikal-GVD // PoS. 2019. vol. ICRC2019. p. 873. DOI https://doi.org/10.22323/1.358.0873.

84. Allakhverdyan, V. A. et al. (Baikal-GVD Collaboration). Search for directional associations between baikal gigaton volume detector neutrino-induced cascades and high-energy astrophysical sources // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2023. vol. 526, number 1. p. 942-951. DOI https://doi.org/10.1093/mnras/stad2641.

85. Allakhverdyan, V. A. et al. (Baikal-GVD Collaboration). High-energy neutrino-induced cascade from the direction of the flaring radio blazar TXS 0506 + 056 observed by Baikal-GVD in 2021 // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2023. vol. 527, number 3. p. 8784-8792. DOI https://doi.org/10.1093/mnras/stad3653.

ПРИЛОЖЕНИЕ

А. Структура выходного HDF5 файла NTSim

На выходе цепочки моделирования NTSim формируется HDF5 файл, в котором содержатся данные о событиях, выбранные пользователем. Как уже упоминалось в разделе 3., основная информация о событии помещена в объект gEvent. Этот объект инкапсулирует в себе объекты gParticles, gTracks, gPhotons и gHits, которые содержат информацию о первичных частицах, частицах-инициаторах электромагнитных каскадов, треках, фотонах и срабатываниях оптических модулей (ОМ) соответственно.

Дополнительно к представленным выше объектам, gEvent инкорпорирует объекты gEventHeader и gProductionHeader. Объект gEventHeader включает в себя данные, относящиеся к конкретному событию, тогда как gProductionHeader хранит информацию о конфигурации NTSim на момент запуска.

С целью оптимизации использования дискового пространства при обработке больших объемов данных высокоэнергетических событий, разработана компактная версия объекта gHits. Эта версия содержит только те данные, которые необходимы для последующего анализа в программном пакете BARS эксперимента Baikal-GVD.

Отдельно в HDF5 файл записывается информация о геометрии нейтринного телескопа, задаваемая при конфигурации NTSim. Эти данные включают в себя расположение ОМ в объекте Telescopes и вложенные объёмы BoundingVolumes, которые определяют логическую структуру нейтринного телескопа.

Выходная структура HDF5 файла представлена на рисунке А.1, тогда как в таблице А.1 даётся расшифровка наименований данных.

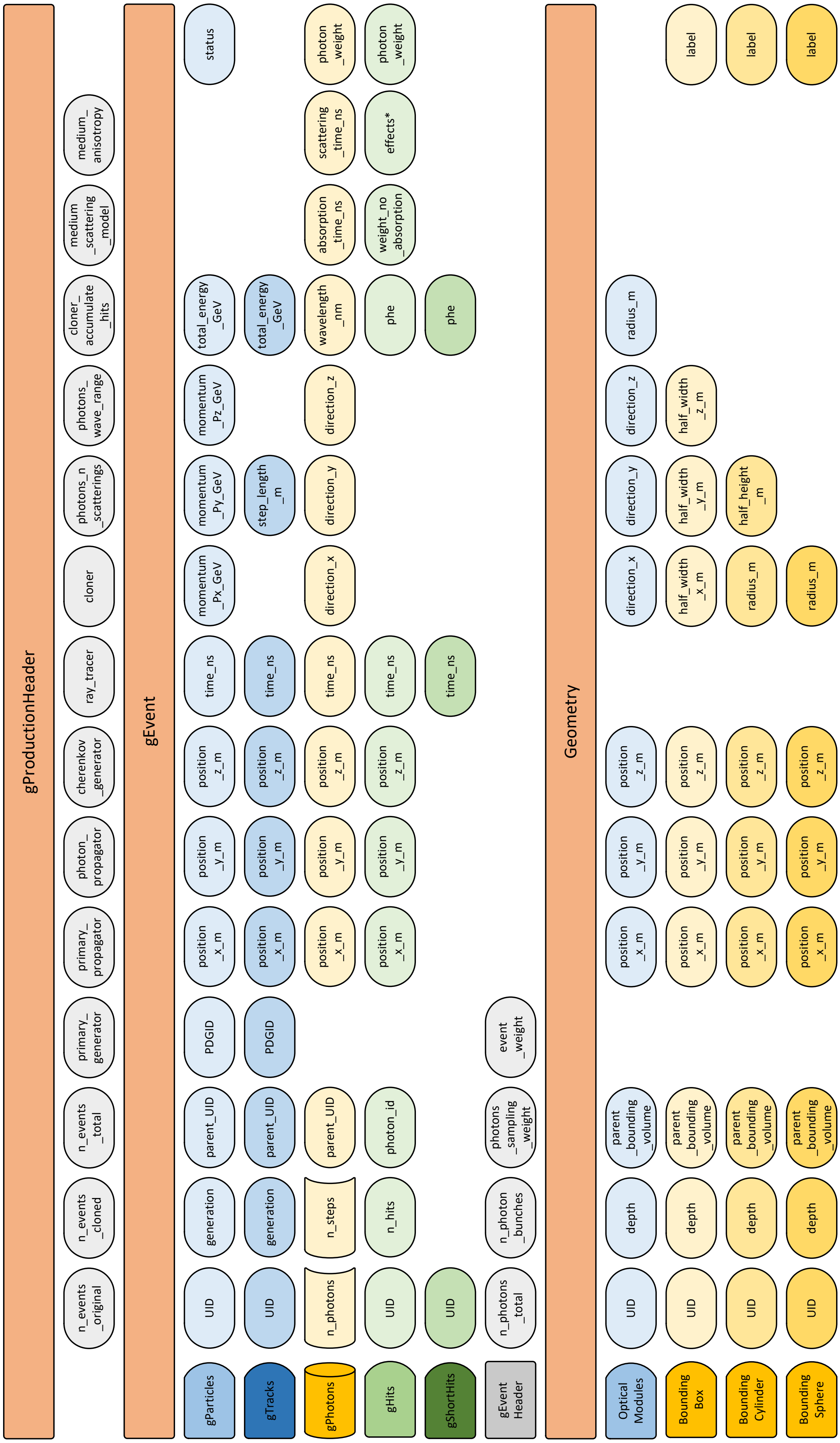


Рисунок А.1: Структура HDF5 файла NTSim.

Объект структуры HDF5 файла	Наименование данных	Пояснение
gProductionHeader	n_events_original	Число реальных событий
	n_events_cloned	Число клонированных событий
	n_events_total	Полное число событий (реальные + клонированные)
	primary_generator	Генератор первичной вершины взаимодействия
	primary_propagator	Пропагатор вторичных частиц
	photon_propagator	Пропагатор фотонов
	cherenkov_generator	Генератор черенковских фотонов
	ray_tracer	Метод поиска пересечений траекторий фотонов с ОМ
	cloner	Генератор клонов событий
	photons_n_scatterings	Количество шагов рассеяния фотонов
	photons_wave_range	Диапазон длин волн фотонов
	cloner_accumulate_hits	Аккумуляция хитов в генераторе клонов
	medium_scattering_model	Модель рассеяния фотонов в среде
	medium_anisotropy	Анизотропия среды

gParticles	UID	Уникальный номер частицы
	generation	Номер поколения
	parent_UID	Уникальный номер частицы-прародителя
	PDGID	Идентификатор частицы
	position_∗_m, $* = \{x, y, z\}$	Координата положения частицы (в метрах)
	time_ns	Время прихода частицы (в наносекундах)
	momentum _P∗_GeV, $* = \{x, y, z\}$	Проекция импульса частицы на соответствующую координату (в ГэВ)
	total_energy _GeV	Полная энергия частицы (в ГэВ)
	status	$= 0$, если частица подаётся в модуль `PrimaryPropagator`, $= -1$, если её пропагация не требуется
gTracks	UID	Уникальный номер трека
	generation	Номер поколения
	parent_UID	Уникальный номер частицы-прародителя
	PDGID	Идентификатор трека
	position_∗_m, $* = \{x, y, z\}$	Координата положения вершины взаимодействия (в метрах)
	time_ns	Время прихода частицы (в наносекундах)
	step_length_m	Длина шага трека (в метрах)
	total_energy _GeV	Полная энергия частицы (в ГэВ)
gPhotons	n_photons	Полное число фотонов (в виде столбцов массива)

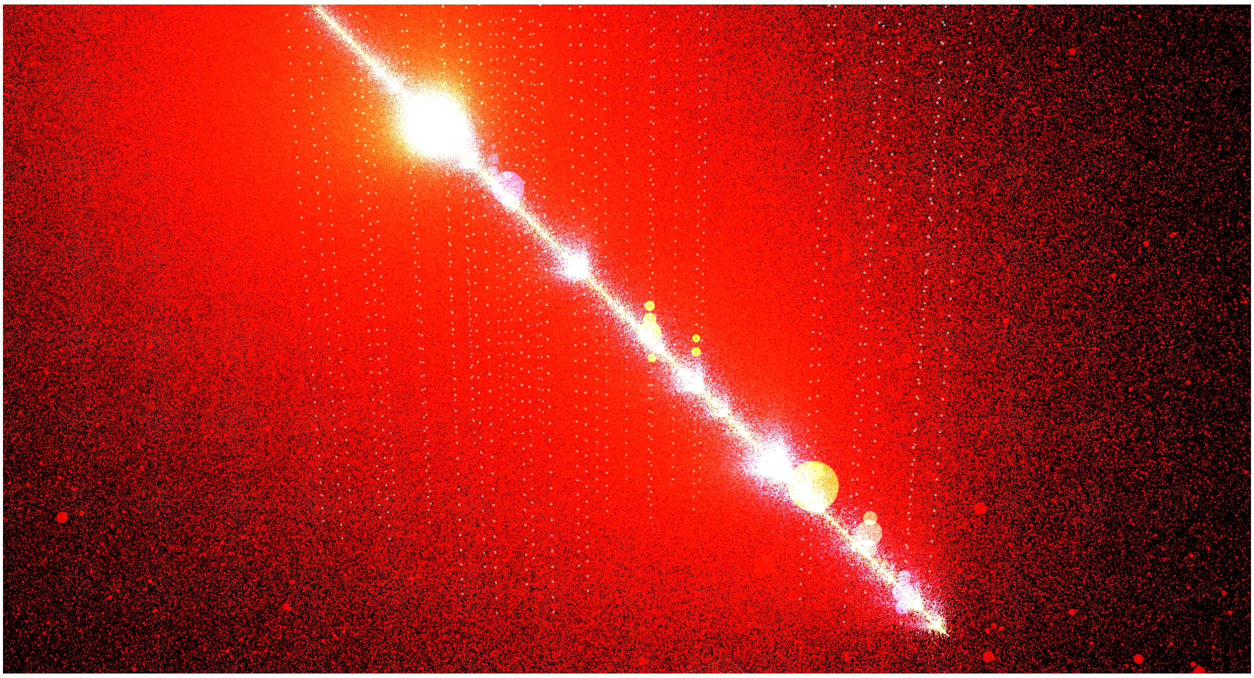
gPhotons	n_steps	Число шагов рассеяния (в виде строк массива)
	parent_UID	Уникальный номер частицы-прародителя
	position_*_m, $* = \{x, y, z\}$	Координата положения фотона (в метрах)
	time_ns	Время прихода фотона (в наносекундах)
	direction_*_m, $* = \{x, y, z\}$	Проекция направления движения фотона на соответствующую координату
	wavelength _nm	Длина волны фотона (в нанометрах)
	absorption _time_ns	Среднее время поглощения фотона в среде (в наносекундах)
	scattering _time_ns	Среднее время рассеяния фотона в среде (в наносекундах)
	photon _weight	Статистический вес фотона
gHits	UID	Уникальный номер ОМ
	n_hits	Количество срабатываний ОМ
	photon_UID	Уникальный номер фотона, вызвавшего срабатывание ОМ
	position_*_m, $* = \{x, y, z\}$	Координата пересечения фотона со сферой ОМ (в метрах)
	time_ns	Время срабатывания ОМ (в наносекундах)
	phe	Среднее число фотоэлектронов в ОМ
	weight_no _absorption	Статистический вес, связанный с поглощением фотонов
	effects	Статистические веса, связанные с особенностями строения ОМ, которые задаёт пользователь

gHits	photon _weight	Статистический вес фотона
gShortHits	UID	Уникальный номер ОМ
	time_ns	Время срабатывания ОМ (в наносекундах)
	phe	Среднее число фотоэлектронов в ОМ
gEventHeader	n_photons _total	Полное число фотонов в событии
	n_photon _bunches	Количество банчей фотонов
	photons _sampling _weight	Статистический вес фотонов
	event_weight	Статистический вес события
Optical Modules	UID	Уникальный номер ОМ
	depth	Глубина расположения логического объёма, в котором расположен ОМ
	parent _bounding _volume	Родительский логический объём, в котором расположен ОМ
	position_*_m, $* = \{x, y, z\}$	Координата положения ОМ (в метрах)
	direction_*, $* = \{x, y, z\}$	Проекция направления внешнего вектора нормали к фотокатоду ФЭУ на соответствующую координату
	radius_m	Радиус ОМ (в метрах)
BoundingBox /Cylinder /Sphere	UID	Уникальный номер логического объёма
	depth	Глубина расположения логического объёма
	parent _bounding _volume	Родительский логический объём, в котором расположен данный логический объём

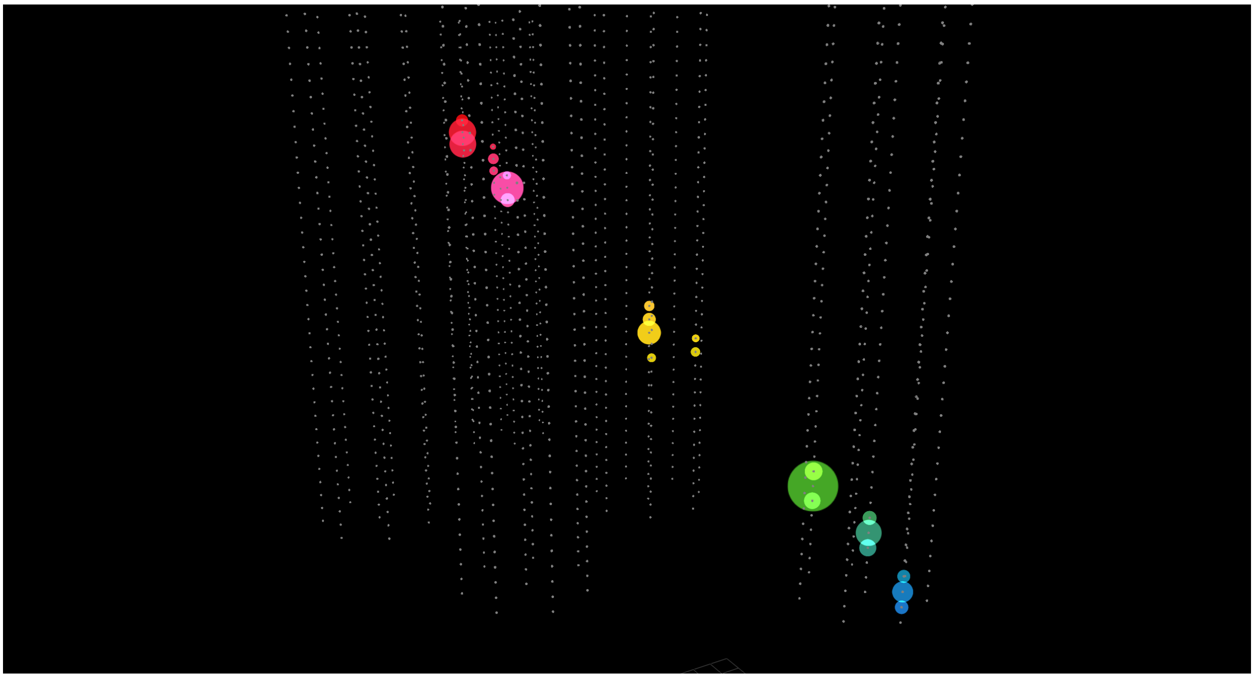
`BoundingBox /Cylinder /Sphere`	position_* _m, $* = \{x, y, z\}$	Координата положения ОМ (в метрах)
	half_width_* _m, $* = \{x, y, z\}$	Полуширина логического объёма `BoundingBox` по соответствующей координате (в метрах)
	half_height_m	Полувысота логического объёма `BoundingCylinder` (в метрах)
	radius$_m$	Радиус логического объёма `BoundingCylinder`/`BoundingSphere` (в метрах)

Таблица А.1: Пояснение к рисунку А.1.

B. Примеры визуализации событий в `NTSim`

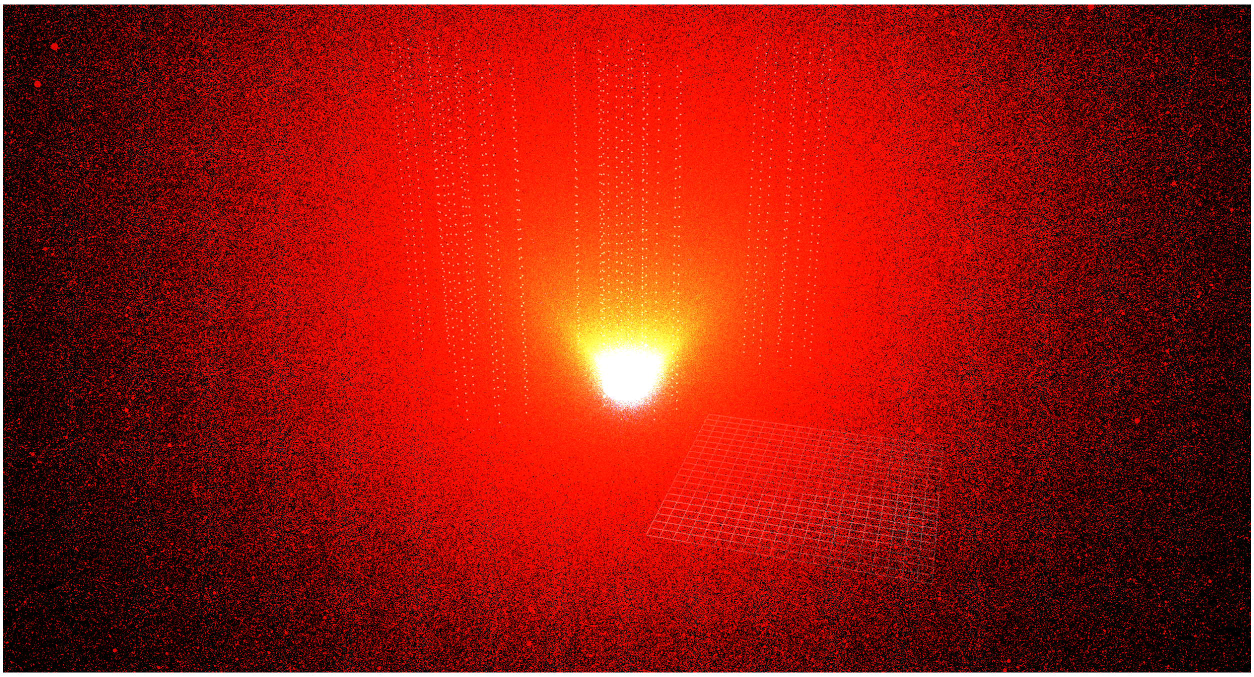


(a) Черенковские фотоны

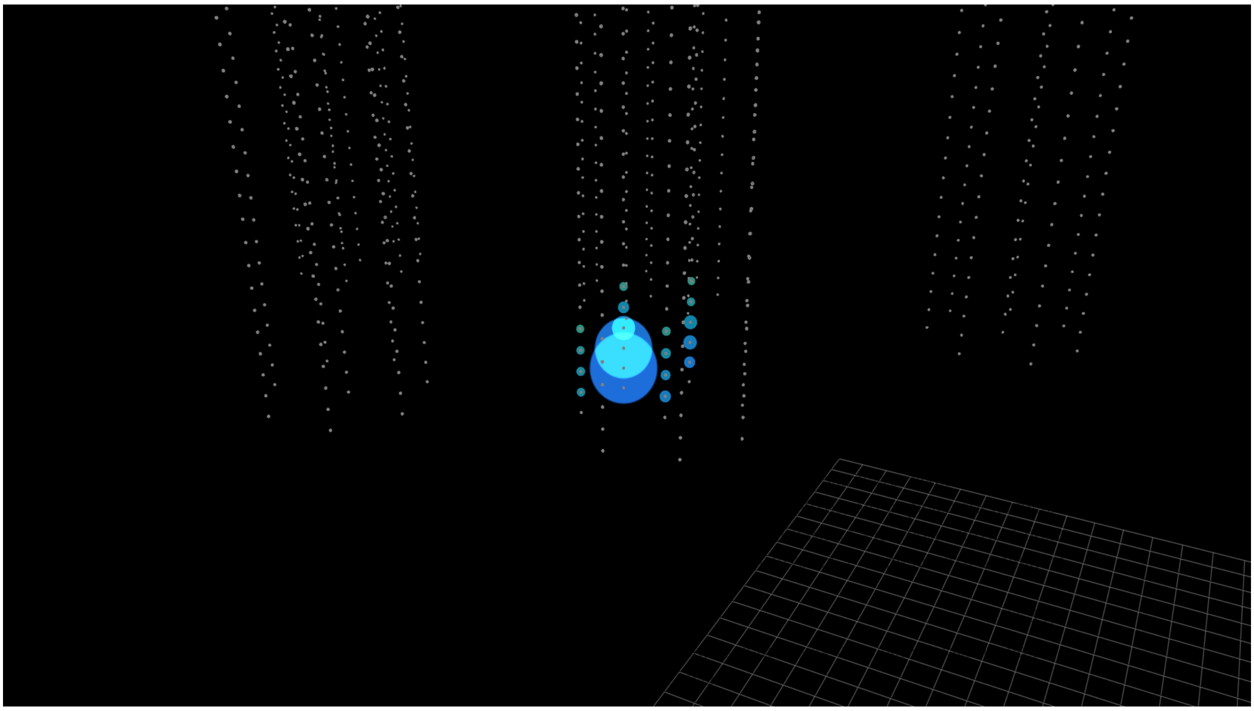


(b) Сработавшие оптические модули

Рисунок B.1: Трекоподобное событие, образованное в результате прохождения мюона μ^- с энергией $E_{\mu^-} = 4$ ТэВ. Точки соответствуют черенковским фотонам на каждом шаге рассеяния. Цвет точек показывает время от начала события.

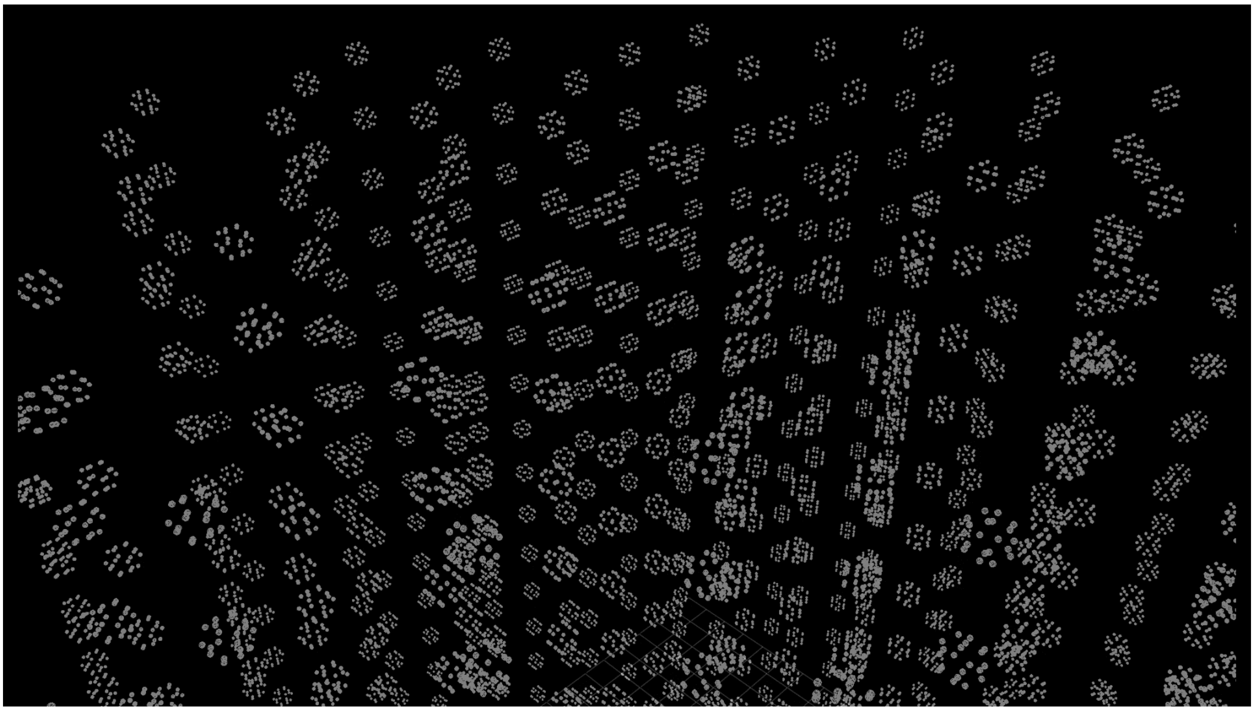


(a) Черенковские фотоны

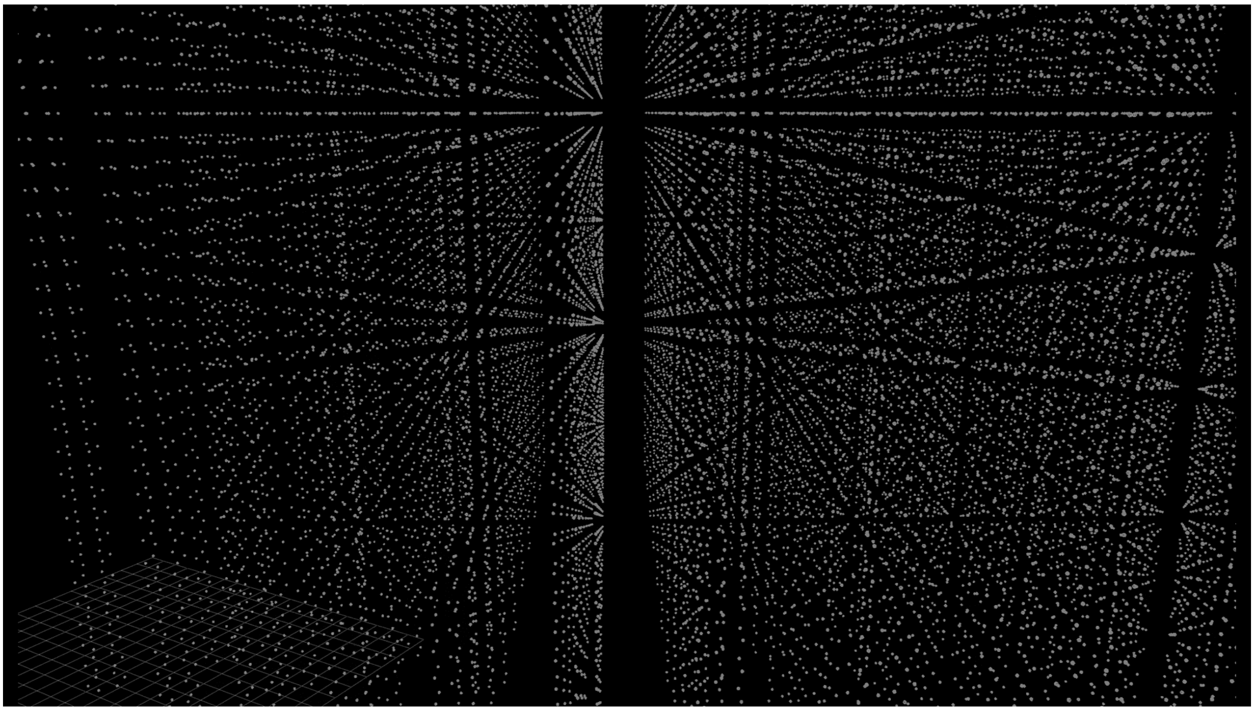


(b) Сработавшие оптические модули

Рисунок В.2: Каскадоподобное событие, образованное в результате прохождения пиона π^+ с энергией $E_{\pi^+} = 10$ ТэВ. Точки соответствуют черенковским фотонам на каждом шаге рассеяния. Цвет точек показывает время от начала события.

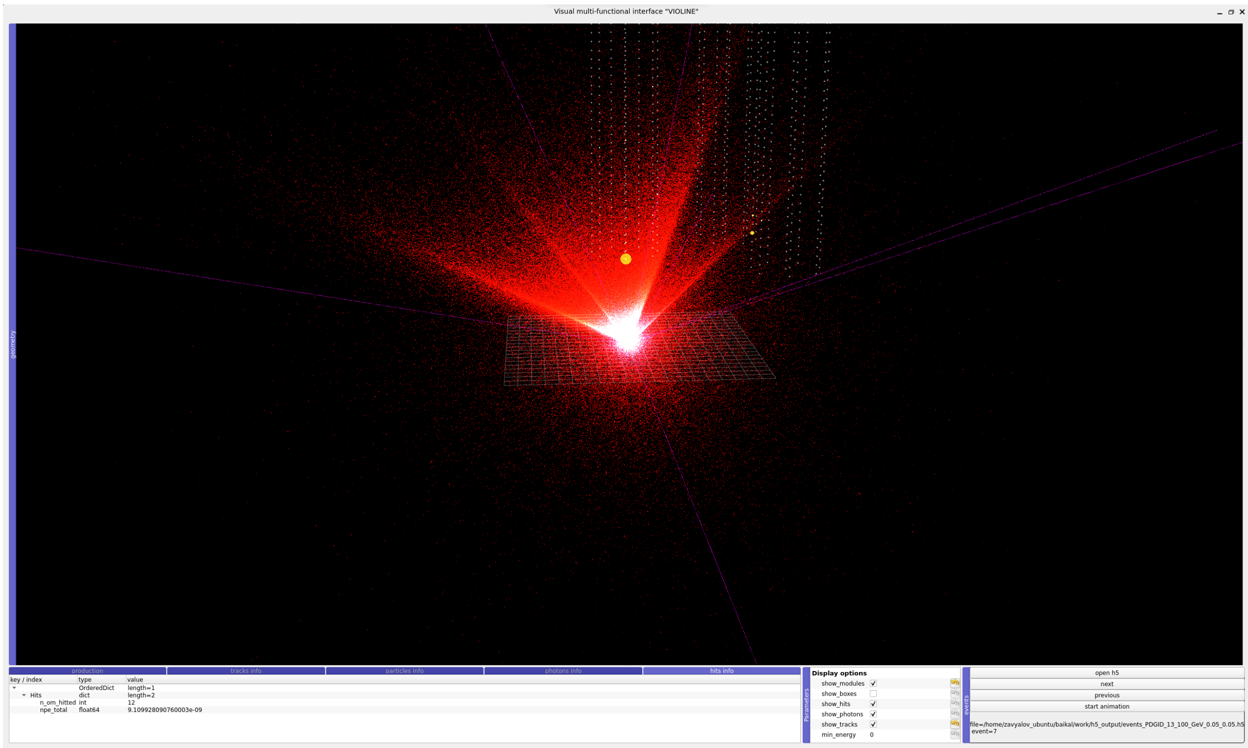


(a) Цветок подсолнуха

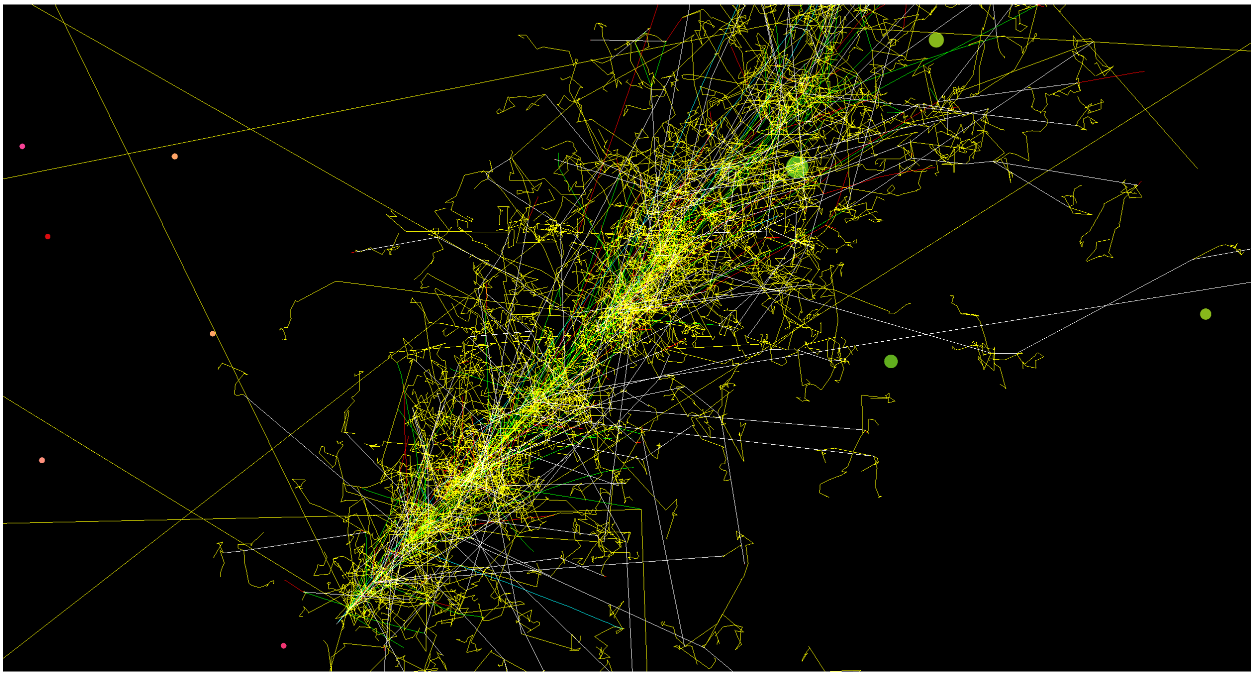


(b) Пчелиные соты

Рисунок В.3: Топологии нейтринных телескопов в форме (a) цветка подсолнуха, (b) пчелиных сот. Для примера в случае (a) используются оптические модули с углом обзора в 4π.



(a) Нейтринное взаимодействие



(b) Адронный каскад

Рисунок В.4: (a) Визуальный мультифункциональный интерфейс VIOLINE с изображённым нейтринным событием по каналу нейтрального тока, (b) высокоэнергетический адронный каскад.

С. Дифференциальное сечение глубоко неупругого рассеяния нейтрино на нуклоне

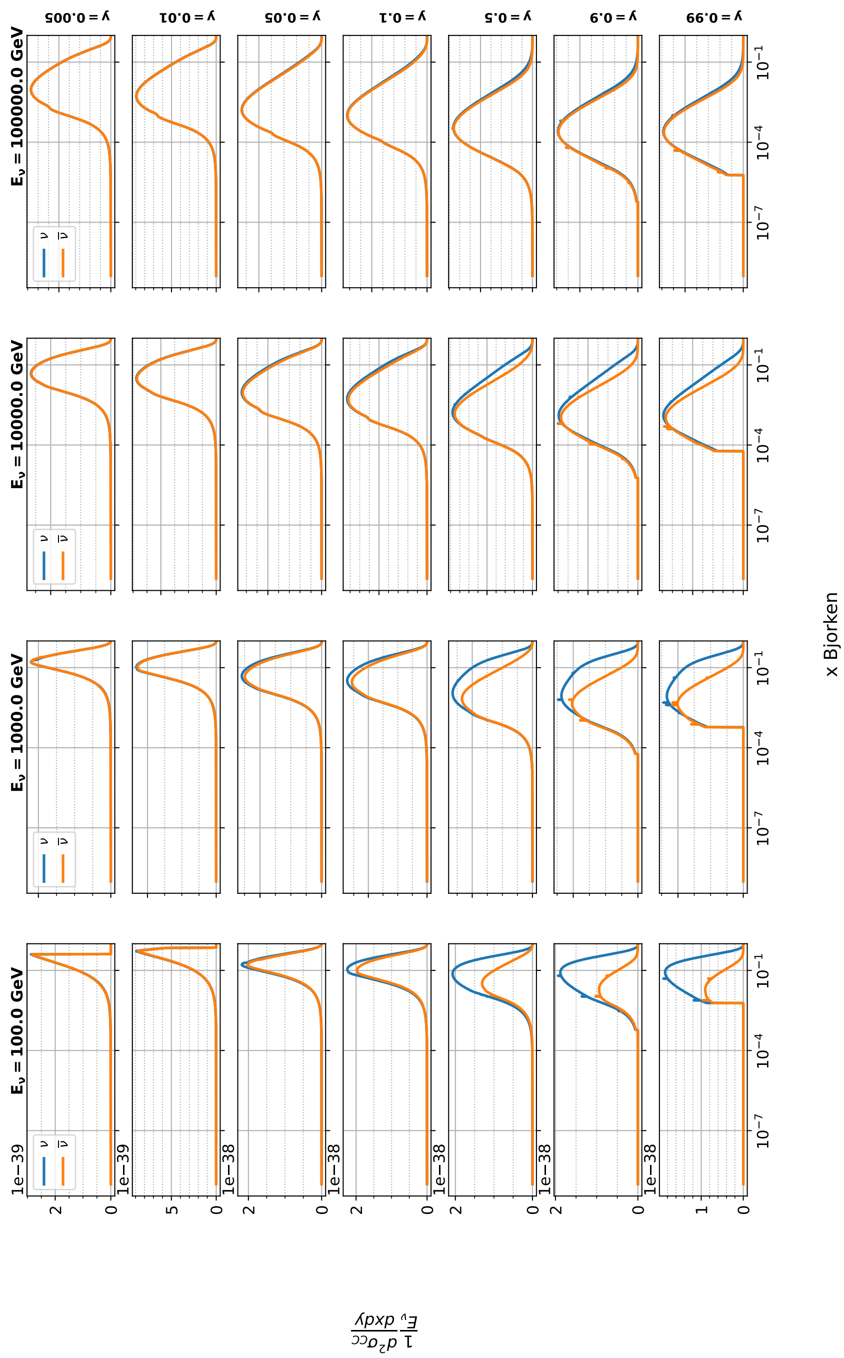


Рисунок С.1: Дифференциальное сечение глубоко неупругого рассеяния мюонного нейтрино ν_μ и антинейтрино $\overline{\nu}_\mu$ на изоскалярном нуклоне по каналу заряженного тока $\dfrac{1}{E_\nu}\dfrac{\mathrm{d}^2\sigma_{\mathrm{CC}}}{\mathrm{d}x\mathrm{d}y}$ в зависимости от x при различных значениях y и энергиях нейтрино E_ν.

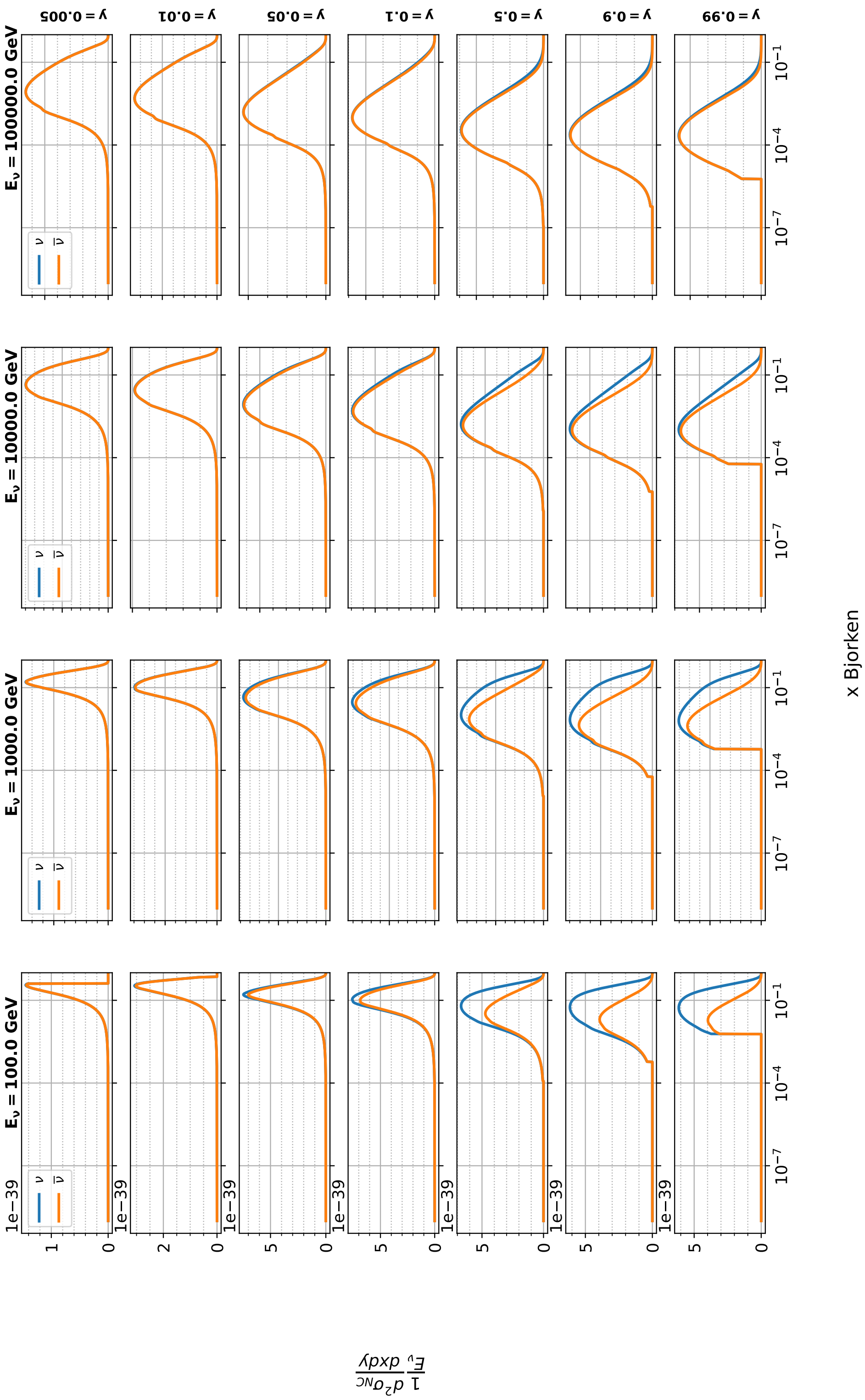


Рисунок С.2: Дифференциальное сечение глубоко неупругого рассеяния мюонного нейтрино ν_μ и антинейтрино $\overline{\nu}_\mu$ на изоскалярном нуклоне по каналу нейтрального тока $\dfrac{1}{E_\nu}\dfrac{\mathrm{d}^2\sigma_{\mathrm{NC}}}{\mathrm{d}x\mathrm{d}y}$ в зависимости от x при различных значениях y и энергиях нейтрино E_ν.

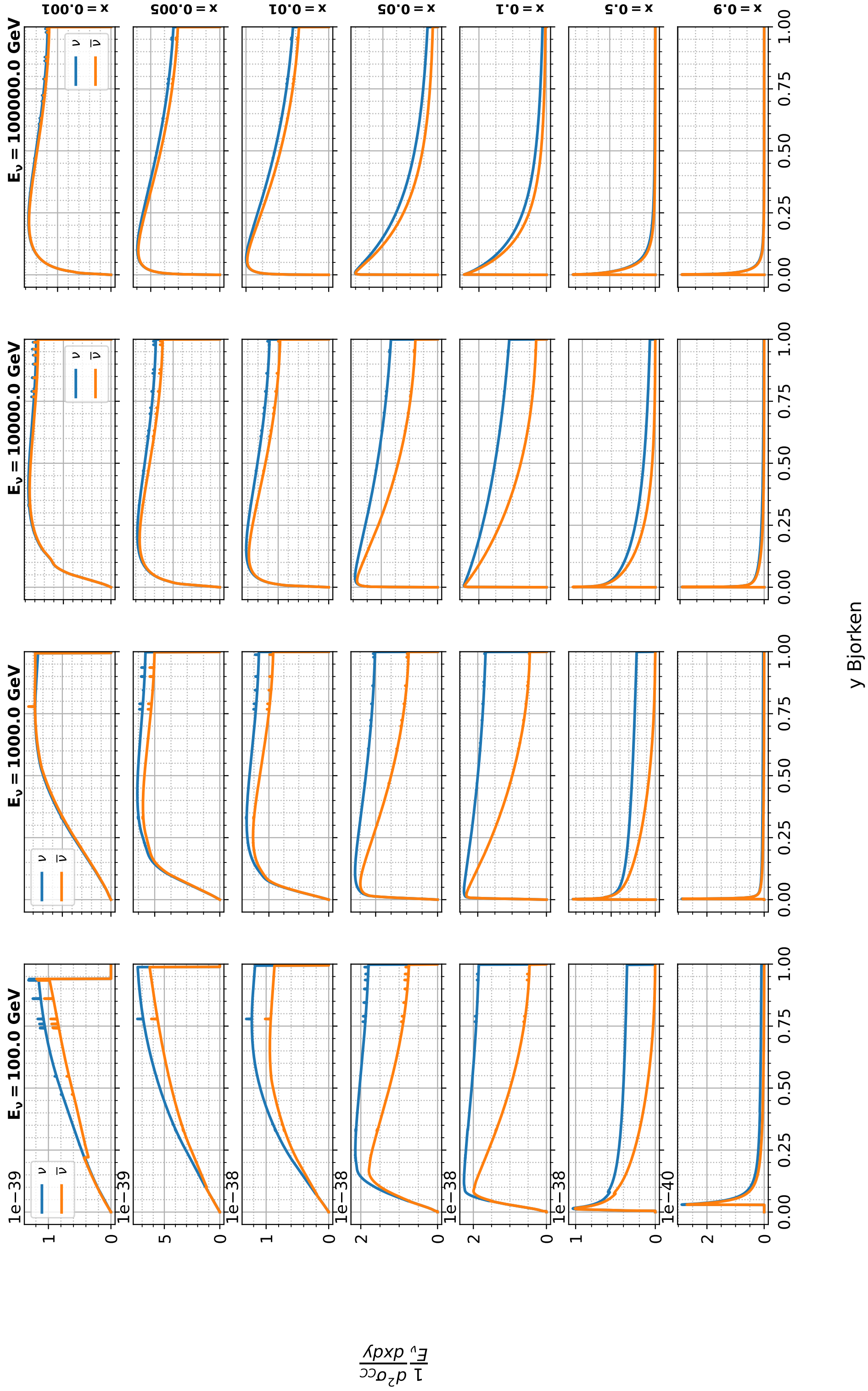


Рисунок С.3: Дифференциальное сечение глубоко неупругого рассеяния мюонного нейтрино ν_μ и антинейтрино $\overline{\nu}_\mu$ на изоскалярном нуклоне по каналу заряженного тока $\dfrac{1}{E_\nu}\dfrac{\mathrm{d}^2\sigma_{\mathrm{CC}}^{\nu p}}{\mathrm{d}x\mathrm{d}y}$ в зависимости от y при различных значениях x и энергиях нейтрино E_ν.

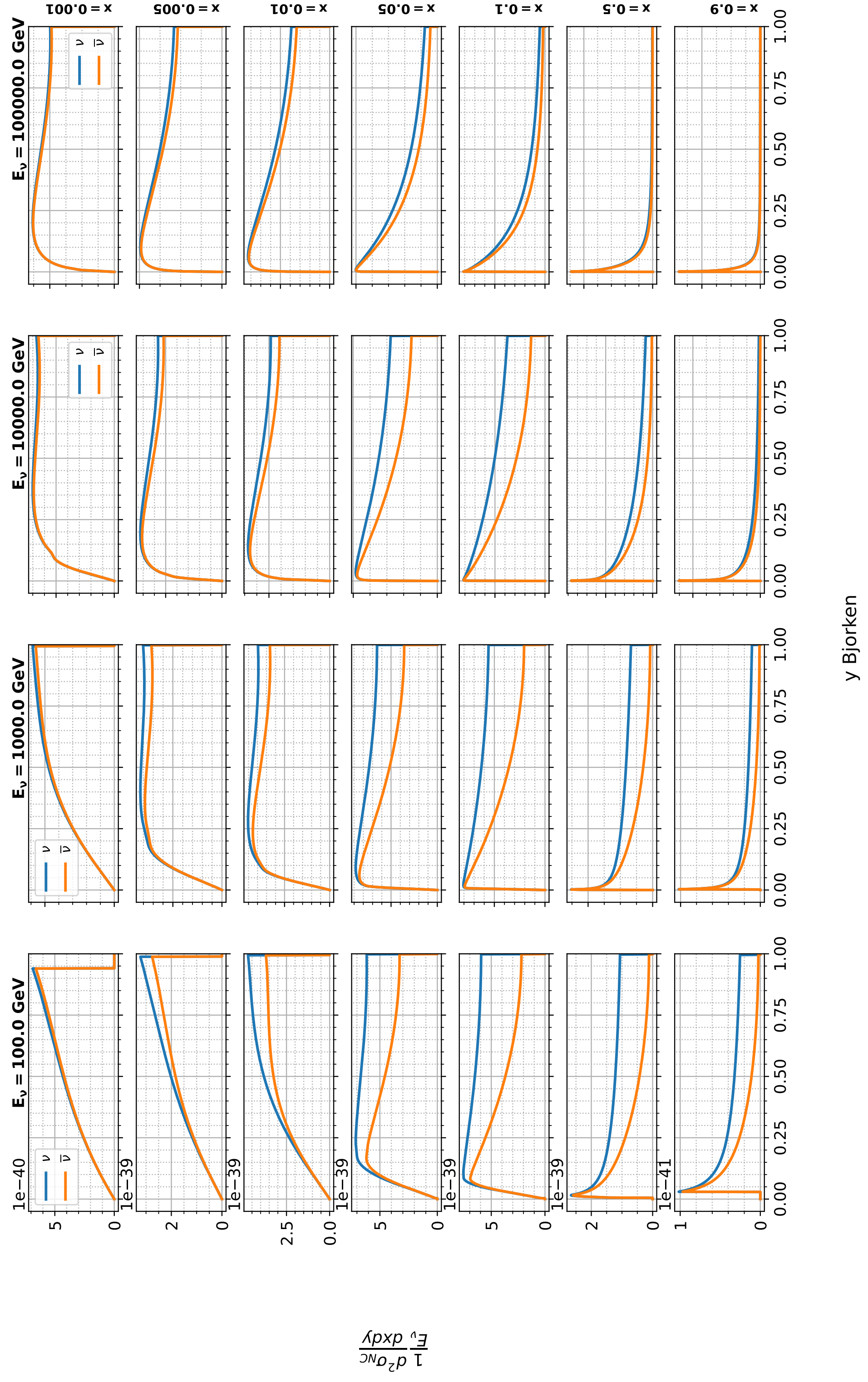


Рисунок С.4: Дифференциальное сечение глубоко неупругого рассеяния мюонного нейтрино ν_μ и антинейтрино $\overline{\nu}_\mu$ на изоскалярном нуклоне по каналу нейтрального тока $\dfrac{1}{E_\nu}\dfrac{\mathrm{d}^2\sigma^{\nu p}_{\mathrm{NC}}}{\mathrm{d}x\mathrm{d}y}$ в зависимости от y при различных значениях x и энергиях нейтрино E_ν.

D. Модифицированная функция Грейзена

Модифицированная функция Грейзена даётся следующим выражением

$$N_{e^\pm}\left(t;N,t_{\max},t_1\right)=\frac{0.31N}{\sqrt{y\left(t_{\max},t_1\right)}}\cdot\exp\left\{t'\left[1-\frac{3}{2}\ln s'\left(t',t_{\max}\right)\right]\right\},\qquad \text{(D.1)}$$

$$s'\left(t',t_{\max}\right)=\frac{3t'}{t'+2y\left(t_{\max},t_1\right)}\cdot\theta\left(t'\right),\quad y\left(t_{\max},t_1\right)=t_{\max}+t_1,\qquad \text{(D.2)}$$

$$N>0,\quad t_{\max}>0,$$

где $t'=t+t_1$, $\theta\left(t'\right)$ - функция Хевисайда, s' - модифицированный "возраст" ливня.

Классическая функция Грейзена является приближённым аналитическим решением кинетических уравнений, описывающих развитие электромагнитного ливня. В стандартном подходе используются две аппроксимации для описания каскада: (i) аппроксимация A и (ii) аппроксимация B. Аппроксимация A включает в себя рождение $e^\pm$-пары для фотонов и испускание тормозного излучения для электронов. Эволюция дифференциальных энергетических спектров $e^\pm$ $\pi\left(E,t\right)$ и фотонов $\gamma\left(E,t\right)$ с изменением глубины t (в единицах X_0) описывается системой интегро-дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial\pi\left(E,t\right)}{\partial t}=2\int_0^1\gamma\left(E_x,t\right)\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pair}}\left(x\right)}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{x}-\int_0^1\left[\pi\left(E,t\right)-\frac{\pi\left(E_y,t\right)}{1-y}\right]\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{brem}}\left(y\right)}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}y,\qquad \text{(D.3)}$$

$$\frac{\partial\gamma\left(E,t\right)}{\partial t}=\int_0^1\pi\left(\frac{E}{y},t\right)\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{brem}}\left(y\right)}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}y}{y}-\sigma_{\mathrm{pair}}^{(tot)}\gamma\left(E,t\right),\qquad \text{(D.4)}$$

где $E_x=\dfrac{E}{x}$, $E_y=\dfrac{E}{1-y}$. Первый член в правой части уравнения (D.3) описывает рождение $e^\pm$ пары, где x - доля переданной энергии от γ к e^- (или к e^+). Второй член отвечает за изменение энергетического состояния $e^\pm$ за счёт тормозного излучения, где y - доля потерянной электроном энергии. Для уравнения (D.4) первый член в правой части соответствует рождению γ, а второй учитывает исчезновение γ в результате образования $e^{\pm}$ пары.

В ходе решения системы уравнений (D.3)-(D.4) оказывается, что относительная скорость изменения количества частиц в каскаде можно аппроксимировать функцией, зависящей только от "возраста" ливня $\lambda_{\alpha}(s)$

$$\frac{1}{N_{\alpha}(t)}\frac{\partial N_{\alpha}(t)}{\partial t} \simeq \lambda_{\alpha}(s), \tag{D.5}$$

$$s\left(t, t_{\max}\right) \simeq \frac{3t}{t+2t_{\max}}, \quad t_{\max} \simeq \ln\frac{E_0}{E_c}, \tag{D.6}$$

где E_0 - энергия частицы-инициатора ливня, E_c - минимальная энергия, при которой частицы ещё вносят вклад в развитие каскада (здесь сразу введено обозначение критической энергии в соответствии с аппроксимацией B). Функция $\lambda_{\alpha}(s)$ имеет точное аналитическое выражение, однако для решения уравнения (D.5) обычно используется её приближённый вид, введённый Грейзеном

$$\lambda_{\alpha}(s) \simeq \frac{1}{2}\left(s - 1 - 3\ln s\right). \tag{D.7}$$

Подставляя (D.7) в (D.5) и рассматривая интересный для нас случай $\alpha = e^{\pm}$, получаем выражение для количества $e^{\pm}$ на глубине t

$$N_{e^{\pm}}(t) \simeq N_{\max} e^{t_{\max}} \cdot \exp\left\{t\left(1 - \frac{3}{2}\ln s\right)\right\}, \tag{D.8}$$

где было учтено граничное условие $N_{e^{\pm}}(t_{\max}) = N_{\max}$.

Нормировка $N_{\max}$ может быть получена из решения системы интегро-дифференциальных кинетических уравнений в рамках аппроксимации B. В этой аппроксимации для фотонов γ по-прежнему учитывается только процесс рождения $e^{\pm}$ пар, тогда как для $e^{\pm}$, наряду с тормозным излучением, учитываются ионизационные потери в предположении фиксированного энерговыделения, равного критической энергии E_c для данной среды (для e^- в воде $E_c^{e^-} \approx 78,33$ МэВ, для e^+ - $E_c^{e^+} \approx 76.24$ МэВ). Таким образом, уравнение (D.4) остаётся без изменений, а в правую часть уравнения (D.3) вводится новый член, отвечающий за непрерывные ионизационные потери

$$\frac{\partial\pi\left(E,t\right)}{\partial t}=2\int_0^1\gamma\left(E_x,t\right)\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{pair}}\left(x\right)}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{x} \\ -\int_0^1\left[\pi\left(E,t\right)-\frac{\pi\left(E_y,t\right)}{1-y}\right]\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{brem}}\left(y\right)}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}y+E_c\frac{\partial\pi\left(E,t\right)}{\partial E}. \qquad \text{(D.9)}$$

В результате решения новой системы уравнений (D.4)-(D.9) и отыскания максимума количества $e^{\pm}$ в ливне, по определению соответствующего условию $s=1$, нормировка оказывается равной

$$N_{\max}\left(E_0\right)\simeq\frac{0.31}{\sqrt{\ln\frac{E_0}{E_c}}}\frac{E_0}{E_c}. \qquad \text{(D.10)}$$

Подставляя (D.10) в (D.8) и учитывая второе равенство в (D.6), получаем окончательный вид функции Грейзена, описывающей продольный профиль электромагнитного ливня

$$N_{e^{\pm}}(E_0,t)\simeq\frac{0.31}{\sqrt{\ln y}}\cdot\exp\left\{t\left(1-\frac{3}{2}\ln s\right)\right\}, \qquad \text{(D.11)}$$

$$s\left(t,y\right)=\frac{3t}{t+2\ln y},\quad y=\frac{E_0}{E_c}. \qquad \text{(D.12)}$$

Для целей Монте-Карло выражение (D.11) модернизируется введением набора подгоночных параметров $\{N,\ t_{\max},\ t_1\}$ и функции Хевисайда $\theta\left(t'=t+t_1\right)$, которая обеспечивает неотрицательность "возраста" ливня s. Здесь параметр N представляет количество частиц в максимуме ливня, $t_{\max}$ отвечает за положение максимума распределения, а t_1 - определяет начальную точку развития ливня. В результате мы приходим к выражению для модифицированной функции Грейзена (D.1)-(D.2).

E. Результаты параметризации электромагнитных каскадов

Энергетическая зависимость комбинаций параметров двух типов параметризации, подчинающихся приближённо нормальному распределению, и их корреляции

i. Гамма-распределение

– Усреднённый профиль

$$T_{\max}(y; b) = \ln y + b, \tag{E.1}$$
$$\alpha(y; a, b) = a \cdot \ln y + b, \tag{E.2}$$

где

$$T_{\max} = \frac{\alpha - 1}{\beta}, \quad y = \frac{E}{E_c}. \tag{E.3}$$

– Индивидуальные профили

$$\begin{aligned}
\mu_{\ln T} &\equiv \mu\left[\ln T_{\max}\right](y; b) &&= \ln\left\{\ln y + b\right\}, && \text{(E.4)}\\
\sigma_{\ln T} &\equiv \sigma\left[\ln T_{\max}\right](y; a, b) &&= \left(a \cdot \ln y + b\right)^{-1}, && \text{(E.5)}\\
\mu_{\ln \alpha} &\equiv \mu\left[\ln \alpha\right](y; a, b) &&= \ln\left\{a \cdot \ln y + b\right\}, && \text{(E.6)}\\
\sigma_{\ln \alpha} &\equiv \sigma\left[\ln \alpha\right](y; a, b) &&= \left(a \cdot \ln y + b\right)^{-1}, && \text{(E.7)}\\
\rho_{\ln T \ln \alpha} &\equiv \rho\left[\ln T_{\max}, \ln \alpha\right](y; a, b) &&= \left(a \cdot \ln y + b\right)^{-1}. && \text{(E.8)}
\end{aligned}$$

ii. Модифицированная функция Грейзена

– Усреднённый профиль

$$\begin{aligned}
n_1(y; a, b) &= a \cdot \ln y + b, && \text{(E.9)}\\
n_2(y; a, b) &= a \cdot \ln y + b, && \text{(E.10)}\\
n_3(y; a, b, n) &= \left[\ln\left\{a \cdot \ln y + b\right\}\right]^n, && \text{(E.11)}
\end{aligned}$$

где

$$n_1 = \ln N + t_{\max}, \tag{E.12}$$

$$n_2 = \ln N + 8t_1, \tag{E.13}$$

$$n_3 = \sqrt{\ln\left\{t_{\max} + t_1\right\}}, \quad y = \frac{E}{E_c}. \tag{E.14}$$

– Индивидуальные профили

$$\mu_1 \equiv \mu\left[n_1\right](y; a, b) = a \cdot \ln y + b, \tag{E.15}$$

$$\sigma_1 \equiv \sigma\left[n_1\right](y; a, b) = a \cdot \ln y + b, \tag{E.16}$$

$$\mu_2 \equiv \mu\left[n_2\right](y; a, b) = a \cdot \ln y + b, \tag{E.17}$$

$$\sigma_1 \equiv \sigma\left[n_2\right](y; a, b) = a \cdot \ln y + b, \tag{E.18}$$

$$\mu_3 \equiv \mu\left[n_3\right](y; a, b, n) = \left[\ln\left\{a \cdot \ln y + b\right\}\right]^n, \tag{E.19}$$

$$\sigma_1 \equiv \sigma\left[n_3\right](y; a, b) = \left(a \cdot \ln y + b\right)^{-1}, \tag{E.20}$$

$$\rho_{12} \equiv \rho\left[n_1, n_2\right](c) = c \equiv \text{cons't}, \tag{E.21}$$

$$\rho_{13} \equiv \rho\left[n_1, n_3\right](y; a, b) = a \cdot \ln y + b, \tag{E.22}$$

$$\rho_{23} \equiv \rho\left[n_2, n_3\right](y; a, b, c) = \left(a \cdot \ln y + b\right)^{-1} + c. \tag{E.23}$$

Полное число черенковских фотонов от электромагнитного ливня линейно зависит от начальной энергии частицы-инициатора каскада

$$N_{\text{cher}}(y; a, b) = a \cdot y + b, \quad y = \frac{E}{E_c}. \tag{E.24}$$

Везде выше значения критической энергии для e^- и e^+ взяты из справочника Particle Data Group (PDG) [52] и приняты равными

$$E_c^{e^-} = 78.33\ \text{МэВ}, \quad E_c^{e^+} = 76.24\ \text{МэВ}. \tag{E.25}$$

Для гамма-квантов γ значение критической энергии для определённости берётся равным $E_c^{e^-}$.

Угловое распр. черенк. фотонов		e^-	e^+	γ	
$\frac{1}{n_{\text{cher}}}\frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}n_{\text{cher}}(\cos\theta)}{\mathrm{d}\cos\theta}$	a	3.25 ± 0.11	3.25 ± 0.11	3.26 ± 0.11	
	b	-6.72 ± 0.18	-6.72 ± 0.18	-6.72 ± 0.18	
	c	1.3404 ± 0.0008	1.3405 ± 0.0008	1.3406 ± 0.0008	
	d	0.546 ± 0.015	0.546 ± 0.015	0.546 ± 0.015	
	e	1.01 ± 0.23	1.01 ± 0.23	1.01 ± 0.23	
	f	-0.585 ± 0.025	-0.582 ± 0.026	-0.581 ± 0.026	
	g	-0.37 ± 0.34	-0.34 ± 0.34	-0.37 ± 0.34	$\times 10^{-3}$

Таблица E.1: Усреднённые параметры углового распределения черенковских фотонов в электромагнитном ливне.

Число черенк. фотонов		e^-	e^+	γ
N_{cher}	a	10269.952 ± 0.017	9994.834 ± 0.015	10273.808 ± 0.019
	b	-155.4 ± 1.1	-131.5 ± 1.1	-258.8 ± 1.7

Таблица E.2: Параметры для полного числа черенковских фотонов.

Гамма - распределение			e^-	e^+	γ
Средние	$T_{\max}$	b	-0.20 ± 0.07	-1.02 ± 0.06	-0.17 ± 0.07
	α	a	0.557 ± 0.028	1.40 ± 0.588	0.617 ± 0.029
		b	1.18 ± 0.19	0.50 ± 0.17	0.81 ± 0.19
Флуктуирующие параметры	$\mu_{\ln T}$	b	-0.988 ± 0.007	-0.973 ± 0.007	-0.169 ± 0.012
	$\sigma_{\ln T}$	a	1.22 ± 0.05	1.40 ± 0.05	0.90 ± 0.04
		b	-0.4 ± 0.3	-1.8 ± 0.3	-0.58 ± 0.23
	$\mu_{\ln\alpha}$	a	0.456 ± 0.008	0.489 ± 0.008	0.407 ± 0.016
		b	2.16 ± 0.06	1.96 ± 0.06	3.63 ± 0.12
	$\sigma_{\ln\alpha}$	a	0.81 ± 0.03	0.90 ± 0.03	0.494 ± 0.026
		b	-0.44 ± 0.21	-1.00 ± 0.21	0.06 ± 0.17
	$\rho_{\ln T \ln\alpha}$	a	-0.092 ± 0.004	-0.092 ± 0.004	-0.005 ± 0.005
		b	2.302 ± 0.028	2.334 ± 0.028	2.12 ± 0.04

Таблица E.3: Параметры гамма-распределения.

Мод. ф. Грейзена			e^-	e^+	γ
Средние	n_1	a	0.9120 ± 0.0009	0.9748 ± 0.0009	0.9410 ± 0.0010
		b	0.315 ± 0.008	-0.210 ± 0.007	0.115 ± 0.008
	n_2	a	0.873 ± 0.006	0.183 ± 0.006	0.408 ± 0.006
		b	-4.31 ± 0.05	1.92 ± 0.05	-1.11 ± 0.05
	n_3	a	5.38 ± 0.05	1.766 ± 0.016	1.038 ± 0.014
		b	-18.50 ± 0.23	-4.00 ± 0.08	0.08 ± 0.06
		n	0.3235 ± 0.0005	0.4276 ± 0.0011	0.5045 ± 0.0021
Флуктуирующие параметры	μ_1	a	0.90 ± 0.04	0.98 ± 0.05	0.82 ± 0.07
		b	-8.23 ± 0.28	-8.91 ± 0.34	-13.2 ± 0.5
	σ_1	a	0.08 ± 0.04	0.06 ± 0.04	0.16 ± 0.06
		b	4.70 ± 0.25	4.87 ± 0.29	7.3 ± 0.4
	μ_2	a	0.897 ± 0.006	0.895 ± 0.007	0.919 ± 0.009
		b	1.01 ± 0.04	1.05 ± 0.05	1.57 ± 0.06
	σ_2	a	0.013 ± 0.005	0.020 ± 0.006	0.021 ± 0.008
		b	0.66 ± 0.04	0.61 ± 0.04	0.99 ± 0.06
	μ_3	a	1.30 ± 0.11	1.1 ± 0.1	1.50 ± 0.11
		b	-3.4 ± 0.6	-2.3 ± 0.5	-4.5 ± 0.6
		n	0.488 ± 0.015	0.517 ± 0.018	0.461 ± 0.012
	σ_3	a	2.84 ± 0.07	3.06 ± 0.10	3.18 ± 0.07
		b	-8.1 ± 0.5	-9.3 ± 0.7	-9.8 ± 0.4
	ρ_{12}	c	-0.99161 ± 0.00014	-0.99146 ± 0.00015	-0.99229 ± 0.00029
	ρ_{13}	a	0.0259 ± 0.0024	0.0366 ± 0.0028	0.0215 ± 0.0024
		b	0.537 ± 0.017	0.467 ± 0.020	0.277 ± 0.017
	ρ_{23}	a	4.3 ± 1.1	1.9 ± 0.6	1.2 ± 0.8
		b	-15 ± 5	-6.4 ± 3.2	-0.8 ± 2.7
		c	-0.869 ± 0.013	-0.941 ± 0.025	-0.66 ± 0.04

Таблица E.4: Параметры модифицированной функции Грейзена.